DOI: 10.51790/2712-9942-2022-3-2-9

ДЕЛИТЕЛЬ $13^{-1} \cdot \bar{x}|\bar{q}$

Г. Е. Деев[а], С. В. Ермаков[б], Н. А. Король[в]
Обнинский институт атомной энергетики, Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», г. Обнинск, Российская Федерация,
[а] georgdeo@mail.ru, [б] ermakov@iate.obninsk.ru, [в] riksking@mail.ru

Аннотация: рассмотрен абстрактный автомат, осуществляющий деление на $13_{(4)}$ в четверичной системе счисления. Автомат является типичным представителем семейства делителей, отличающихся отсутствием общих характерных признаков. Вследствие чего почти каждый делитель является источником оригинальных особенностей. Примером такого делителя является предлагаемый для рассмотрения делитель. Некоторые его особенности представляют необычные и неочевидные вычислительные объекты, подлежащие исследованию. Все делители семейства реализуемы в B-технологии.

Ключевые слова: числоид, метод накопления состояний, финальные состояния, нормальное и инверсное представление чисел, экстравертность по состояниям, производное состояние.

Благодарности: работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 20-07-00862.

Для цитирования: Деев Г. Е., Ермаков С. В., Король Н. А. Делитель $13^{-1} \cdot \bar{x}|\bar{q}$. *Успехи кибернетики*. 2022;3(2):74–85. DOI: 10.51790/2712-9942-2022-3-2-9.

$13^{-1} \cdot \bar{x}|\bar{q}$ DIVISOR

G. E. Deev[a], S. V. Ermakov[b], N. A. Korol[c]
Obninsk Institute for Nuclear Power Engineering, National Research Nuclear University MEPhI, Obninsk, Russian Federation
[a] georgdeo@mail.ru, [b] ermakov@iate.obninsk.ru, [c] riksking@mail.ru

Abstract: we consider an abstract automaton that divides by $13_{(4)}$ in the quadratic numbering system. The automaton is typical for a family of divisors having no common features. As a consequence, almost every divisor is a source of original features. An example of such a divisor is presented. Some of its features are unusual and non-obvious computational objects to be investigated. All the divisors of the family can be implemented with the B-technology.

Keywords: numberoid, state accumulation method, final states, normal and inverse representation of numbers, extroversion by states, derived state.

Acknowledgements: this study is supported by the RFBR grant 20-07-00862.

Cite this article: Deev G. E., Ermakov S. V., Korol N. A. $13^{-1} \cdot \bar{x}|\bar{q}$ Divisor. *Russian Journal of Cybernetics*. 2022;3(2):74–85. DOI: 10.51790/2712-9942-2022-3-2-9.

Предисловие

В семействе умножителей на целую константу имеют место четко выраженная структурированность и множество закономерностей, находящих себе применение при их синтезе. В отличие от умножителей делители на целую константу не обладают такими особенностями. Делители обладают оригинальными особенностями, сильно разнятся друг от друга даже для соседних значений делимого. Несмотря на отсутствие видимого родства между делителями, в их семействе все же имеется нечто общее, и этим общим является метод синтеза делителей. Единый подход к синтезу устройств позволяет единообразно решать каждую новую задачу по нахождению нового делителя. Таким образом, метод синтеза делителей общий, а результаты разные, причем различие носит труднопредсказуемый характер. Зафиксируем далее внимание на делителе $13^{-1} \cdot \bar{x}|\bar{q}$. Обнаружим то новое, что с ним связано. Окажется, что это новое носит как понятийный, так и объектный характер.

Синтез делителя

Последовательность действий при синтезе делителя $13^{-1} \cdot \bar{x}|\bar{q}$ такова.

1. Обращаемся к умножителю на $13_{(3)}$, обозначаемому $13 \cdot \bar{x}|\bar{q}$. Его построение происходит на основе алгоритма, использующего закономерности, присущие семейству умножителей [1].

2. С его помощью находится числоид, представляющий рациональное число 13^{-1}, — мультипликативный делитель.

3. Отправляясь от нулевого столбца, методом накопления состояний [1], находим делитель $13^{-1} \cdot \bar{x}|\bar{q}$.

После этого изучаем особенности делителя.

Поясним встретившиеся здесь термины.

Числоид – это цифровой объект, представляющий числа на разрядной сетке. Зависимость представления от сетки весьма существенная. Например, на сетке $Gr^0_{(\infty,0]}$, первоначально предназначавшейся для представления натуральных чисел, оказалось возможным представлять числоидами все действительные числа. Так, число (-1) представляется числоидом $\overleftarrow{3} = \ldots 333$, тройкой, проставленной на все места разрядной сетки. То же число на сетке $Gr^0_{(\infty,-1]}$, содержащей в себе дополнительный разряд (-1), будет представлено иначе. Число – это единственная идея, в то время как числоидов, представляющих число, бесконечно много. Вычислительные устройства ведут вычисления с числоидами.

Метод накопления состояний пояснен на примере изучаемого устройства $13^{-1} \cdot \bar{x}|\bar{q}$.

Умножитель $13 \cdot \bar{x}|\bar{q}$ берем в готовом виде из [1], таблица 7.15. Мы слегка изменим эту таблицу, оставив в ней только необходимое для наших целей.

Таблица 1

Автомат $\overleftarrow{0}\,13 \cdot \bar{x}|\bar{q},\ \bar{q} \in Q = \{\overleftarrow{0}, \overleftarrow{0}1, \overleftarrow{0}2, \ldots, \overleftarrow{0}12\}$

x \ q	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}1$	$\overleftarrow{0}2$	$\overleftarrow{0}3$	$\overleftarrow{0}10$	$\overleftarrow{0}11$	$\overleftarrow{0}12$
$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0},\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0},1$	$\overleftarrow{0},2$	$\overleftarrow{0},3$	$\overleftarrow{0}1,0$	$\overleftarrow{0}1,1$	$\overleftarrow{0}1,2$
$\overleftarrow{1}$	$\overleftarrow{0}1,3$	$\overleftarrow{0}2,0$	$\overleftarrow{0}2,\overleftarrow{1}$	$\overleftarrow{0}2,2$	$\overleftarrow{0}2,3$	$\overleftarrow{0}3,0$	$\overleftarrow{0}3,1$
$\overleftarrow{2}$	$\overleftarrow{0}3,2$	$\overleftarrow{0}3,3$	$\overleftarrow{0}10,0$	$\overleftarrow{0}10,1$	$\overleftarrow{0}10,\overleftarrow{2}$	$\overleftarrow{0}10,3$	$\overleftarrow{0}11,0$
$\overleftarrow{3}$	$\overleftarrow{0}11,1$	$\overleftarrow{0}11,2$	$\overleftarrow{0}11,3$	$\overleftarrow{0}12,0$	$\overleftarrow{0}12,1$	$\overleftarrow{0}12,2$	$\overleftarrow{0}12,\overleftarrow{3}$

Штриховкой выделены клетки с финальными состояниями, попадая в которые под действием соответствующего сигнала, автомат из них никогда не выходит. Символом $\overleftarrow{0}$ обозначена запись $\overleftarrow{0} = \ldots 000$. Аналогично понимаются другие записи со стрелками.

Числоид, представляющий число 13^{-1}, ищем вначале на сетке $Gr^0_{(\infty.0]} \equiv \ldots_{\overline{3}\,\overline{2}\,\overline{1}\,\overline{0}}$. Если окажется, что на этой сетке его не существует, то будем искать его на другой сетке. Выясняется, однако, что нет необходимости искать его на других сетках, он находится на ней и записывается в виде: $13^{-1} = \overleftarrow{23}13$. Описанием поиска заниматься не будем ([1], гл. 8), однако проверим, что это так. Для этого пропустим найденный числоид через умножитель на 13. За вычислением умножителя следим с помощью развертки:

…	6	5	4	3	2	1	0	*t*
…	2	3	1	2	3	1	3	*x*
…	$\overleftarrow{0}12$	$\overleftarrow{0}3$	$\overleftarrow{0}11$	$\overleftarrow{0}12$	$\overleftarrow{0}3$	$\overleftarrow{0}11$	$\overleftarrow{0}$	*q*
…	0	0	0	0	0	0	1	*y*

Вычисления ведутся на сетке $Gr^0_{(\infty.0]}$. Результат вычисления записывается в виде равенства: $13 \cdot \overleftarrow{23}13|\overleftarrow{0} = \overleftarrow{0}1$, подтверждающего представление $13^{-1} = \overleftarrow{23}13$.

Переходим к построению таблицы делителя. Используется метод накопления состояний. Начинаем с нулевого столбца. Нулевой столбец вычисляется по формулам:

$$\overleftarrow{0},x \ \to\ \rangle n^{-1} \cdot x\langle,\langle n^{-1} \cdot x\rangle \ =\ \rangle\overleftarrow{23}13 \cdot x\langle,\langle\overleftarrow{23}13 \cdot x\rangle, \qquad (1)$$

где угловыми скобками обозначены функции отрыва:
$\rangle\bar{n} = \overleftarrow{p}\, n_r ... n_1 n_0 \langle = \overleftarrow{p}\, n_r ... n_1$, $\langle \bar{n} = \overleftarrow{p}\, n_r ... n_1 n_0 \rangle = n_0$, $\bar{p} = \overleftarrow{p_s ... p_1 p_0}$ — период.

Как видно, в используемых функциях отрыва отрыв происходит по разряду единиц и соответственно этому отрыву осуществляется построение нашего делителя; но можно использовать другие варианты функций отрыва и изучать другие делители, соответствующие этим вариантам. Здесь мы этим не занимаемся.

Нулевой столбец:

x \ q	$\overleftarrow{0}$
$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{0}, \overleftarrow{0}$
$\overleftarrow{1}$	$\overleftarrow{231}$,3
$\overleftarrow{2}$	$\overleftarrow{123}$,2
$\overleftarrow{3}$	$\overleftarrow{021}$,1

Появились новые состояния, $\overleftarrow{231}$, $\overleftarrow{123}$, $\overleftarrow{021}$. Эти состояния являются числоидами, представляющими отрицательные числа. Поэтому, нумеруя ими столбцы будущей таблицы, помещаем их слева от нуля.

x \ q	$\overleftarrow{021}$	$\overleftarrow{123}$	$\overleftarrow{231}$	$\overleftarrow{0}$
$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{102}$,1	$\overleftarrow{312}$,3	$\overleftarrow{123}$,1	$\overleftarrow{0}, \overleftarrow{0}$
$\overleftarrow{1}$	$\overleftarrow{0}$,0	$\overleftarrow{210}$,2	$\overleftarrow{021}$,0	$\overleftarrow{231}$,3
$\overleftarrow{2}$	$\overleftarrow{231}$,3	$\overleftarrow{102}$,1	$\overleftarrow{312}$,3	$\overleftarrow{123}$,2
$\overleftarrow{3}$	$\overleftarrow{123}$,2	$\overleftarrow{0}$,0	$\overleftarrow{210}$,2	$\overleftarrow{021}$,1

По формулам [1, с. 112] описывающим переходы-выходы в автомате:

$$\bar{q}, x \to \rangle n^{-1} \cdot x + \bar{q} \langle, \langle n^{-1} \cdot x + \bar{q} \rangle = \rangle \overleftarrow{2313} \cdot x + \bar{q} \langle, \langle \overleftarrow{2313} \cdot x + \bar{q} \rangle, \tag{2}$$

заполняем столбцы. После заполнения появились новые состояния: $\overleftarrow{312}$, $\overleftarrow{210}$, $\overleftarrow{102}$, которыми нумеруются новые столбцы, и по формулам (2) происходит их заполнение, см. табл. 2.

Таблица 2

Автомат $13^{-1} \cdot \bar{x}|\bar{q}$

x \ q	$\overleftarrow{102}$	$\overleftarrow{210}$	$\overleftarrow{312}$	$\overleftarrow{021}$	$\overleftarrow{123}$	$\overleftarrow{231}$	$\overleftarrow{0}$
$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{210}$,2	$\overleftarrow{021}$,0	$\overleftarrow{231}$,2	$\overleftarrow{102}$,1	$\overleftarrow{312}$,3	$\overleftarrow{123}$,1	$\overleftarrow{0}, \overleftarrow{0}$
$\overleftarrow{1}$	$\overleftarrow{102}$,1	$\overleftarrow{312}$,3	$\overleftarrow{123}$,1	$\overleftarrow{0}$,0	$\overleftarrow{210}$,2	$\overleftarrow{021}$,0	$\overleftarrow{231}$,3
$\overleftarrow{2}$	$\overleftarrow{0}$,0	$\overleftarrow{210}$,2	$\overleftarrow{021}$,0	$\overleftarrow{231}$,3	$\overleftarrow{102}$,1	$\overleftarrow{312}$,3	$\overleftarrow{123}$,2
$\overleftarrow{3}$	$\overleftarrow{231}$,3	$\overleftarrow{102}$,1	$\overleftarrow{312}$,3	$\overleftarrow{123}$,2	$\overleftarrow{0}$,0	$\overleftarrow{210}$,2	$\overleftarrow{021}$,1

Новых состояний не получилось, и потому построение таблицы на этом заканчивается. Все вычисления, приводящие к таблице 2, приводить не будем. Ограничимся одним типовым вычислением.

Рассмотрим, например, клетку таблицы, расположенную в столбце, отмеченном состоянием $\bar{q} = \overleftarrow{231}$, и в строке, отмеченной сигналом $x = 2$. Имеем:

$$\bar{q},x = \overleftarrow{231},2 \to \rangle n^{-1} \cdot x + \bar{q} \langle , \langle n^{-1} \cdot x + \bar{q} \rangle = \rangle \overleftarrow{231}3 \cdot x + \bar{q} \langle , \langle \overleftarrow{231}3 \cdot x + \bar{q} \rangle =$$
$$= \rangle \overleftarrow{231}3 \cdot 2 + \overleftarrow{231} \langle , \langle \overleftarrow{231}3 \cdot 2 + \overleftarrow{231} \rangle = \rangle \overleftarrow{123}2 + \overleftarrow{231} \langle , \langle \overleftarrow{123}2 + \overleftarrow{231} \rangle =$$
$$= \rangle \overleftarrow{312}3 \langle , \langle \overleftarrow{312}3 \rangle = \overleftarrow{312},3.$$

Таким образом, этой клеткой описывается переход автомата: $\overleftarrow{231},2 \to \overleftarrow{312},3$. Аналогично ведутся вычисления при заполнении других клеток таблицы.

Заполнение нулевого столбца, т.е. столбца, отмеченного состоянием $\bar{q} = \overleftarrow{0}$, происходит по формулам (1), являющимся частным случаем формул (2). Переходы типа (2) встречаются и для умножителей. Тем самым подтверждается утверждение [1] о том, что такого сорта переходы носят универсальный характер и применимы как к умножителям, так и к делителям.

Обратим внимание на то, что состояния делителя представлены бесконечно местными числоидами, имеющими период из трех цифр. Состояния автомата можно представлять по-разному, функционирование его от этого не изменится. Человеческий фактор часто включает в процедуру использования вычислительных устройств приемы, основанные на соображениях удобства, и использует упомянутое обстоятельство. Но при теоретическом изучении важно, чтобы представление было «естественным», генетически возникающим из процедуры синтеза, которая сама по себе не допускает произвольного представления состояний по той причине, что формулы, применяемые при исследовании, перестают работать. При использовании естественных обозначений часто оказывается возможным обнаруживать закономерности, присущие всему семейству устройств. Поэтому громоздкость обозначений для состояний не является основанием для отказа от их использования, хотя переход к более простым обозначениям для состояний в некоторых случаях вполне возможен и в целях экономии может приветствоваться. Более того, при реализации устройств в «железе» отказ от естественности неизбежен.

Состояния автомата имеют довольно громоздкие обозначения. Приведем вариант упрощенных обозначений. Пусть: $\overleftarrow{231} \overset{об}{=} 1$, $\overleftarrow{123} \overset{об}{=} 2$, $\overleftarrow{021} \overset{об}{=} 3$, $\overleftarrow{312} \overset{об}{=} 4$, $\overleftarrow{210} \overset{об}{=} 5$, $\overleftarrow{102} \overset{об}{=} 6$. Тогда таблица автомата примет вид:

Таблица 3

Автомат $13^{-1} \cdot \bar{x}|\bar{q}$

x \ q	6	5	4	3	2	1	0
$\overleftarrow{0}$	5,2	3,0	1,2	6,1	4,3	2,1	0, $\overleftarrow{0}$
$\overleftarrow{1}$	6, $\overleftarrow{1}$	4,3	2,1	0,0	5,2	3,0	1,3
$\overleftarrow{2}$	0,0	5, $\overleftarrow{2}$	3,0	1,3	6,1	4,3	2,2
$\overleftarrow{3}$	1,3	6,1	4, $\overleftarrow{3}$	2,2	0,0	5,2	3,1

Примеры вычислений синтезированным автоматом

Пример 1. Пусть $\bar{x} = \overleftarrow{0}\,320_{(4)} = 13 \cdot 20_{(4)} = 7 \cdot 8_{(10)} = 56_{(10)}$ делится на $13_{(4)} = 7_{(10)}$. Развертка:

4	3	2	1	0	t
	$\overleftarrow{0}$	3	2	0	x
0	0	2	0	0	q
	$\overleftarrow{0}$	0	2	0	y

Пишем результат: $13^{-1} \cdot \overleftarrow{0}\,320|\overleftarrow{0} = \overleftarrow{0}\,20$; он соответствует условию: $13 \cdot \overleftarrow{0}\,20|\overleftarrow{0} = \overleftarrow{0}\,320$.

Пример 2. Пусть $\bar{x} = \overleftarrow{0}\,321_{(4)} = 13 \cdot 20 + 1_{(4)} = 7 \cdot 8 + 1_{(10)} = 57_{(10)}$ не делится на 13. Развертка:

9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	t
...	0	0	0	0	0	0	3	2	1	x
4	2	1	4	2	1	4	4	1	0	q
...	3	1	2	3	1	2	3	3	3	y

Пишем результат: $13^{-1} \cdot \overleftarrow{0}\,321|0 = \overleftarrow{12\underset{2}{3}}33 = \overleftarrow{31\underset{3}{2}}333 = \overleftarrow{23\underset{4}{1}}2333.$

Обращаем внимание на то, что этот результат является результатом *нормального* деления, т.е. деления, когда на вход устройства информация о числах поступает от младших разрядов к старшим. Этот вид деления отличается от того, к которому мы привыкли и в котором деление происходит от старших разрядов к младшим. Видно, что результат написан в трех различных формах. В каждой из них имеется период, идущий в бесконечность. Период состоит из трех цифр. Поэтому возможны три варианта записи периода и три варианта записи числоида-результата. Таким образом, одно и то же число может быть представлено числоидами, имеющими различные формы. Цифра под периодом указывает на разряд, начиная с которого пишется период. Подтвердим правильность результата. Как это часто бывает при работе с бесконечностями, необходимо использовать приемы, созданные Эйлером. Имеем:

$$\overleftarrow{12\underset{2}{3}}33 = 3 + 3 \cdot 10 + 3 \cdot (10^2 + 10^{11} + 10^{20} + ...) + 2 \cdot (10^3 + 10^{12} + 10^{21} + ...) +$$

$$+1 \cdot (10^{10} + 10^{13} + 10^{22} + ...) = 33 + 123 \cdot 10^2 \cdot (10^0 + 10^3 + 10^{12} + ...) =$$

$$= 33 + 123 \cdot 10^2 \cdot \left.\frac{10^{3\cdot\infty} - 1}{10^3 - 1}\right|_{Ax_0} = 33 + 123 \cdot 10^2 \cdot \frac{-1}{10^3 - 1} = \frac{32301 - 12300}{333} =$$

$$= \frac{20001}{333} = \frac{2223 \cdot 3}{111 \cdot 3} = \frac{2223}{111} = 2\underset{0}{0}0210210... = 2\underset{0}{0}0\overleftarrow{210} = 2\underset{0}{0}+13^{-1}.$$

При вычислениях мы, следуя Эйлеру, отбросили слагаемое, содержащее $10^{3\cdot\infty}$, как находящееся на другой числовой оси, на оси Ax_3, на которой все числа имеют весовой множитель $10^{3\cdot\infty}$, в то время как нам доступно для использования только то, что находится на «нашей» числовой оси, на оси Ax_0 с весовым множителем 10^0.

Результат правилен, поскольку добавок $13^{-1} = \underset{0}{0}0\overleftarrow{210}$. Это представление можно получить как результат деления «столбиком», т.е. как результат деления от старших разрядов к младшим, как результат «*инверсного*» деления. Нормальное деление, отличающееся от инверсного деления, выполняет делитель $13^{-1} \cdot \bar{x}|\bar{q}$, заданный таблицами 2 и 3, ведущий деление от младших разрядов к старшим. Попутно мы получаем второе, инверсное, числоидное представление для числа 13^{-1}. Зафиксируем эти результаты в виде таблицы 4.

Таблица 4

Представления числа 13^{-1}

Нормальное	Инверсное
$13^{-1} = \overleftarrow{231}\,\underset{0}{3}$	$13^{-1} = \underset{0}{0}0\overleftarrow{210}$

В нормальном представлении период $\overleftarrow{231}$ идет в $+\infty$ по местам разрядной сетки $Gr^0_{(\infty,0]}$, а в инверсном представлении период $\overleftarrow{210}$ идет по разрядной сетке $Gr^0_{[0,-\infty)}$ из $-\infty$ до места с номером (-2).

Увеличим число $\bar{x}$ из предыдущего примера на единицу и посмотрим, каков результат вычисления делителем в этом случае.

Пример 3. Пусть $\bar{x} = \overleftarrow{0}\,322_{(4)} = 13 \cdot 20 + 2_{(4)} = 7 \cdot 8 + 2_{(10)} = 58_{(10)}$ не делится на 13. Развертка:

9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	t
…	0	0	0	0	0	0	3	2	2	x
1	4	2	1	4	2	1	6	2	0	q
	2	3	1	2	3	1	3	1	2	y

Пишем результат: $13^{-1}\cdot\overleftarrow{0}\,322|0=\overleftarrow{23\,\underset{3}{1}}312=\overleftarrow{12\,\underset{4}{3}}1312=\overleftarrow{31\,\underset{5}{2}}31312.$

Опять результат-числоид записан в трех разных формах. Числоид-результат, будучи записан в развернутом виде на сетке $Gr^0_{(\infty,0]}$, имеет вид:$\bar{y}=...231231231312$, из которого извлекаются все формы записи. Проверим результат по Эйлеру (без подробностей):

$$\overleftarrow{12\,\underset{4}{3}}1312=1312+123\cdot10^4\cdot\frac{-1}{10^3-1}=\frac{20022}{333}=\frac{2232\cdot3}{111\cdot3}=\frac{2232}{111}=2\,\underset{0}{0}\,\overleftarrow{102}=2\,\underset{0}{0}+2\cdot13^{-1}.$$

Видно, что $2\cdot13^{-1}=\underset{0}{0}\,\overleftarrow{102}$ — представление, имеющее место на сетке $Gr^0_{[0,-\infty)}$. Его можно получить также делением «столбиком».

Экстравертность автомата по состояниям

Рассмотрим вопрос об экстравертности автомата по состояниям. Формулы (2), определяющие переходы в автомате, продолжают функционировать и в том случае, когда в роли состояний берутся произвольные числоиды. Этот факт означает существование бесконечного автомата, имеющего в своей основе автомат, заданный таблицей 2. Этот автомат был первоначальным целевым объектом, определяемым уравнениями (2), назначение которого делить на $13_{(4)}$. Это минимальный автомат, выполняющий деление на $13_{(4)}$. Все остальное, получающееся на основе уравнений (2), должно рассматриваться как результат экстравертирования по различным параметрам, и, в частности, по состояниям. В последнем случае приходим к упомянутому бесконечному автомату. Числоиды на сетке $Gr^0_{(\infty,0]}$ представляют все действительные числа. Некоторые из них представляют числа, делящиеся на $13_{(4)}$, остальные — нет. Априорно ясно, что числоиды, представляющие числа, не делящиеся на $13_{(4)}$, могут привести к непреодолимым сложностям. Поэтому рассмотрим пример экстравертирования по состояниям, представленным числоидами, делящимися на $13_{(4)}$. Пусть в качестве «затравочного» начального состояния создаваемого автомата, являющегося фрагментом бесконечного автомата, берется числоид $\bar{q}=\overleftarrow{0211}=3\cdot13^{-1}=3\cdot\overleftarrow{2313}$. Этот числоид не входит в ядро автомата 2, которое для удобства приведем здесь, сняв «шапку» с этого автомата:

Ядро:	$\overleftarrow{102}$	$\overleftarrow{210}$	$\overleftarrow{312}$	$\overleftarrow{021}$	$\overleftarrow{123}$	$\overleftarrow{231}$	$\overleftarrow{0}$

Видно, что в ядре нет состояния $\bar{q}=\overleftarrow{0211}$. Тем не менее проведем вычисление из этого состояния, взятого как начальное.

Пример 4. Пусть $\bar{x}=\overleftarrow{0}\,320_{(4)}=13\cdot20_{(4)}=7\cdot8_{(10)}=56_{(10)}$ делится на 13. Не выписывая бесконечный автомат с состояниями, кратными 13^{-1}, приведем только развертку его вычислительной работы. Поскольку таблицы бесконечного автомата у нас перед глазами нет, приходится для заполнения развертки вычислять его переходы-выходы. Это делается по формулам схемы (2), начальная из которых имеет вид: $\overleftarrow{0211},x\quad\to\quad\rangle\overleftarrow{2313}\cdot x+\overleftarrow{0211}\langle,\langle\overleftarrow{2313}\cdot x+\overleftarrow{0211}\rangle$.

Получается развертка:

9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	t
	…	0	0	0	0	0	3	2	0	x
…	$\overleftarrow{102}$	$\overleftarrow{021}$	$\overleftarrow{210}$	$\overleftarrow{102}$	$\overleftarrow{021}$	$\overleftarrow{210}$	$\overleftarrow{231}$	$\overleftarrow{021}$	$\overleftarrow{0211}$	q
	…	1	0	2	1	0	2	3	1	y

Как выясняется, уже при $t = 1$ происходит попадание в ядро автомата и потому нет необходимости вести вычисления переходов-выходов по формулам (2); с этого момента можно пользоваться таблицей 2. Кроме того, видно, что, начиная с момента $t = 3$, формируется трехместный период, и мы можем записать результат:

$$13^{-1} \cdot \overleftarrow{0}\,320|\overleftarrow{0211} = \overleftarrow{21\,\underset{3}{0}}231. \tag{3}$$

На основе результата (3) можно сформулировать утверждение, что бесконечный автомат с состояниями вида $\bar{q} = \nu \cdot 13^{-1} = \nu \cdot \overleftarrow{23}13$, ν — целое, т. е. кратными 13^{-1}, исправно ведет свои вычисления с неизбежным попаданием в ядро автомата 2. Подобного нельзя сказать про бесконечный автомат с состояниями, представленными произвольными действительными числами.

Еще одно наблюдение представляет дополнительный интерес с вычислительной точки зрения. Обратимся к предыдущей развертке и задержимся на моменте $t = 3$, когда на вход автомата поступает сигнал $\overleftarrow{0}$. Можно сказать, что *вычисление можно остановить в этот момент, т. к. вся последующая вычислительная работа автомата сводится к переносу состояния* $\bar{q} = \overleftarrow{210}$ *в результат в качестве периода.*

Кроме того, возникает мысль в записи отделить простой 0 от тройки нулей $\overleftarrow{000}$, возникшей в предыдущей развертке, и, как результат, в таблице 2 в столбце, отмеченном состоянием $\bar{q} = \overleftarrow{210}$, писать так:

x \ q		$\overleftarrow{210}$	
0		$\overleftarrow{021},0$	
$\overleftarrow{000}$		$\overleftarrow{\overleftarrow{102}\,\overleftarrow{021}\,\overleftarrow{210}}, \overleftarrow{210}$	

Такая система записи позволяет нам избавиться от выписывания бесконечных последовательностей символов и представлять их в конечном виде. Это не что иное как актуализация бесконечности. Теперь мы можем предыдущую развертку записать в виде:

$\infty > t \geq 3$		2	1	0	t
	$\overleftarrow{000}$	3	2	0	x
$\overleftarrow{\overleftarrow{102}\,\overleftarrow{021}\,\overleftarrow{210}}$	$\overleftarrow{\overleftarrow{102}\,\overleftarrow{021}\,\overleftarrow{210}}$	$\overleftarrow{231}$	$\overleftarrow{021}$	$\overleftarrow{0211}$	q
	$\overleftarrow{210}$	2	3	1	y

Бесконечное вычисление изображено в конечном виде. Появившийся здесь объект $\overleftarrow{\overleftarrow{102}\,\overleftarrow{021}\,\overleftarrow{210}}$ можно трактовать как состояние и считать его *производным состоянием*. Следует отметить, что это не просто игра с символикой, а отражение нашей ментальной способности к актуализации бесконечности и ее последующей материализации. Интересна структура этого производного состояния: оно состоит из упорядоченной тройки бесконечных периодических числоидов, расположенных на одной и той же сетке $Gr^{0}_{(\infty,0]}$ и упорядоченно воспринимаемых в одном акте восприятия.

Обратимся к числовому истолкованию числоидов, являющихся состояниями автомата, заданного таблицей 2. Истолкования таковы:

$$\overleftarrow{102} = -\frac{102}{333}, \overleftarrow{210} = -\frac{210}{333}, \overleftarrow{312} = -\frac{312}{333}, \overleftarrow{021} = -\frac{21}{333}, \overleftarrow{123} = -\frac{123}{333}, \overleftarrow{231} = -\frac{231}{333},$$

т.е. числоид $\overleftarrow{102}$ представляет число $\left(-\frac{102}{333}\right)$ и т. д.

Числа позволяют упорядочить состояния делителя:

$$\text{ядро:} \qquad \overleftarrow{312} < \overleftarrow{231} < \overleftarrow{210} < \overleftarrow{123} < \overleftarrow{102} < \overleftarrow{021} < \overleftarrow{0}\,. \tag{4}$$

Таблица 5

Автомат $13^{-1} \cdot \bar{x}|\bar{q}$

x \ q	$\overleftarrow{312}$	$\overleftarrow{231}$	$\overleftarrow{210}$	$\overleftarrow{123}$	$\overleftarrow{102}$	$\overleftarrow{021}$	$\overleftarrow{0}$
$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{231},2$	$\overleftarrow{123},1$	$\overleftarrow{021},0$	$\overleftarrow{312},3$	$\overleftarrow{210},2$	$\overleftarrow{102},1$	$\overleftarrow{0},\overleftarrow{0}$
$\overleftarrow{1}$	$\overleftarrow{123},1$	$\overleftarrow{021},0$	$\overleftarrow{312},3$	$\overleftarrow{210},2$	$\overleftarrow{102},\overleftarrow{1}$	$\overleftarrow{0},0$	$\overleftarrow{231},3$
$\overleftarrow{2}$	$\overleftarrow{021},0$	$\overleftarrow{312},3$	$\overleftarrow{210},\overleftarrow{2}$	$\overleftarrow{102},1$	$\overleftarrow{0},0$	$\overleftarrow{231},3$	$\overleftarrow{123},2$
$\overleftarrow{3}$	$\overleftarrow{312},\overleftarrow{3}$	$\overleftarrow{210},2$	$\overleftarrow{102},1$	$\overleftarrow{0},0$	$\overleftarrow{231},3$	$\overleftarrow{123},2$	$\overleftarrow{021},1$

В этом порядке расположим состояния делителя, таблицу которого перепишем с учетом установленного порядка.

Это та же самая таблица 2, но в ней состояния в «шапке» таблицы упорядочены.

Такое упорядочение приводит к явному обнаружению закономерностей, присущих автомату $13^{-1} \cdot \bar{x}|\bar{q}$. В таблице заштрихованы клетки, соответствующие финальным состояниям. Кроме того, видно, что все состояния автомата, выписанные в его «шапке», получаются из состояния $\overleftarrow{021} = -\frac{21}{333} = -\frac{21}{21 \cdot 13} = -\frac{1}{13}_{(4)} = -\frac{1}{7}_{(10)}$ умножением его на целые числа, так что множество состояний автомата можно записать в виде одной формулы:

$$Q_{13^{-1}} = \{\bar{q}|\bar{q} = \overleftarrow{021} \cdot i, i = 0,1,\ldots,12\} = \{\overleftarrow{021} \cdot i\}\uparrow_{i=0}^{i=12}. \tag{5}$$

Теперь построим таблицу, являющуюся продолжением таблицы 5, в которой в роли состояний выступают производные состояния. Предварительно для компактизации записей введем обозначения. Символом, например, $\overleftarrow{\underrightarrow{312}} \overset{об}{=} \overleftarrow{123}\ \overleftarrow{231}\ \overleftarrow{312}$ обозначим упорядоченную тройку круговых перестановок, построение которой начинается с цифры нулевого разряда. Пара стрелок, вверху и внизу, означает такую перестановку. Из двух стрелок верхняя является ведущей, указывающей, в каком направлении ведется перестановка; нижняя стрелка — подчиненная, ее назначение состоит в информировании о том, что выполняется круговая перестановка. Для изображения производного состояния построенный объект надо снабдить еще одной стрелкой сверху, как это показано в развертке на странице 79. Получим изображение для производного состояния: $\overleftarrow{\overleftarrow{\underrightarrow{312}}} \overset{об}{=} \overleftarrow{\overleftarrow{123}\ \overleftarrow{231}\ \overleftarrow{312}}$. В правой части стоит его развернутое обозначение, в левой — его компактная запись. С помощью такой компактизации развертка на странице 79 примет вид:

$\infty > t \geq 3$		2	1	0	t
	$\overleftarrow{000}$	3	2	0	x
$\overleftarrow{\overleftarrow{\underrightarrow{210}}}$	$\overleftarrow{\overleftarrow{\underrightarrow{210}}}$	$\overleftarrow{231}$	$\overleftarrow{021}$	$\overleftarrow{0211}$	q
	$\overleftarrow{210}$	2	3	1	y

Вычисление по-прежнему имеет вид конечного вычисления, на практике при реализации его на В-компьютерах оно, действительно, конечно, поскольку в В-компьютерах производные состояния, будучи с точки зрения ментального акта многократной актуализацией, реализуются конечным образом, причем максимально простым. Правильность вычисления, записанного в развертке, была проверена раньше.

При построении продолжения таблицы 5 на множество производных состояний в роли «входных сигналов» будет выступать не только тройка $\overleftarrow{000}$, но и родственные ей тройки: $\overleftarrow{111}$, $\overleftarrow{222}$, $\overleftarrow{333}$. Понятно, что множество трехбуквенных входных сигналов приведенными образцами не ограничивается, но для первоначального изучения вычислительной процедуры можно рассмотреть приведенные входные тройки сигналов. Иные варианты могут быть рассмотрены по аналогии.

Выпишем все производные состояния (кроме нулевого), получающиеся компактизацией:

$$\overleftarrow{021} \to \overleftarrow{\overleftarrow{210}\,\overleftarrow{102}\,\overleftarrow{021}} = \underrightarrow{\overleftarrow{\overleftarrow{021}}},\ \overleftarrow{102} \to \overleftarrow{\overleftarrow{021}\,\overleftarrow{210}\,\overleftarrow{102}} = \underrightarrow{\overleftarrow{\overleftarrow{102}}},\ \overleftarrow{123} \to \overleftarrow{\overleftarrow{231}\,\overleftarrow{312}\,\overleftarrow{123}} = \underrightarrow{\overleftarrow{\overleftarrow{123}}}$$

$$\overleftarrow{210} \to \overleftarrow{\underrightarrow{\overleftarrow{102}}\,\underrightarrow{\overleftarrow{021}}\,\underrightarrow{\overleftarrow{210}}} = \underrightarrow{\overleftarrow{\overleftarrow{210}}},\ \overleftarrow{231} \to \overleftarrow{\overleftarrow{312}\,\overleftarrow{123}\,\overleftarrow{231}} = \underrightarrow{\overleftarrow{\overleftarrow{231}}},\ \overleftarrow{312} \to \overleftarrow{\overleftarrow{123}\,\overleftarrow{231}\,\overleftarrow{312}} = \underrightarrow{\overleftarrow{\overleftarrow{312}}}$$

Если ограничиться натуральными числами, а они все имеют числоидное представление вида $\bar{x} = \overleftarrow{0}\, x_r \ldots x_1 x_0$, то компактизационное продолжение таблицы делителя будет таким.

Таблица 6

Автомат $13^{-1} \cdot \bar{x}|\bar{q}$ *(продолжение)*

x \ q	$\underrightarrow{\overleftarrow{\overleftarrow{312}}}$	$\underrightarrow{\overleftarrow{\overleftarrow{231}}}$	$\underrightarrow{\overleftarrow{\overleftarrow{210}}}$	$\underrightarrow{\overleftarrow{\overleftarrow{123}}}$	$\underrightarrow{\overleftarrow{\overleftarrow{102}}}$	$\underrightarrow{\overleftarrow{\overleftarrow{021}}}$
$\overleftarrow{000}$	$\underrightarrow{\overleftarrow{\overleftarrow{312}}}, \overleftarrow{312}$	$\underrightarrow{\overleftarrow{\overleftarrow{231}}}, \overleftarrow{231}$	$\underrightarrow{\overleftarrow{\overleftarrow{210}}}, \overleftarrow{210}$	$\underrightarrow{\overleftarrow{\overleftarrow{123}}}, \overleftarrow{123}$	$\underrightarrow{\overleftarrow{\overleftarrow{102}}}, \overleftarrow{102}$	$\underrightarrow{\overleftarrow{\overleftarrow{021}}}, \overleftarrow{021}$

В этих обозначениях таблица автомата выглядит особенно просто. Типичный фрагмент развертки похож на фрагмент предыдущей развертки и выглядит так:

$$\begin{array}{cc} & \infty > t \geq 3 \\ \hline & \overleftarrow{000} \\ \underrightarrow{\overleftarrow{\overleftarrow{123}}} & \underrightarrow{\overleftarrow{\overleftarrow{123}}} \\ & \overleftarrow{123} \end{array}$$

Но для других входных наборов $\overleftarrow{111}$, $\overleftarrow{222}$, $\overleftarrow{333}$ достигнутая простота теряется. Рассмотрим, например, переход из состояния $\underrightarrow{\overleftarrow{\overleftarrow{123}}}$ под действием входного сигнала $\overleftarrow{222}$. Соответствующий фрагмент развертки будет содержать проблемные места, отмеченные знаком «?». Необходимо выяснить, чем заполнять проблемные места. Для этого нужно вернуться к развертке:

$$\begin{array}{cc} & \infty > t \geq 3 \\ \hline & \overleftarrow{222} \\ ? & \underrightarrow{\overleftarrow{\overleftarrow{210}}} \\ & ? \end{array}$$

Имеем, возвращаясь к предыдущим обозначениям:

$$\begin{array}{cc} & \infty > t \geq 3 \\ \hline & \overleftarrow{222} \\ ? & \overleftarrow{\overleftarrow{102}\,\overleftarrow{021}\,\overleftarrow{210}} \\ & ? \end{array}$$

Но и здесь ясности не происходит, поскольку, возвращаясь к предыдущим обозначениям еще на один шаг и приходя к исходным обозначениям, обнаруживаем, что содержащийся в $\overleftarrow{\overleftarrow{102}\,\overleftarrow{021}\,\overleftarrow{210}}$ переход из состояния $\overleftarrow{210}$ в состояние $\overleftarrow{021}$ под действием сигнала 2 невозможен и потому множество состояний в таблице 5 должно быть расширено. Вычисление переходов из первичных стояний автомата 5 под действием нетривиальных троек $\overleftarrow{111}$, $\overleftarrow{222}$, $\overleftarrow{333}$ происходит по следующим образцам.

Пример 5. Пусть $q = \overleftarrow{123}$, входной сигнал равен $\overleftarrow{2}$. Соответствующая развертка:

9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	t
	$\dots$	2	2	2	2	2	2	2	2	x
$\dots$	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{102}$	$\overleftarrow{123}$	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{102}$	$\overleftarrow{123}$	$\overleftarrow{0}$	$\overleftarrow{102}$	$\overleftarrow{123}$	q
	$\dots$	0	1	2	0	1	2	0	1	y

Видно, что формируется переход-выход:

$\infty + 0$	$\infty > t \geq 0$
	$\overleftarrow{222}$
$\overleftarrow{0} \vee \overleftarrow{102} \vee \overleftarrow{123}$	$\overleftarrow{\overleftarrow{0}\ \overleftarrow{102}\ \overleftarrow{123}}$
	$\overleftarrow{201}$

Эта схема является типичным переходом-выходом в автомате. Из нее мы извлекаем, что в роли состояния автомата выступает объект вида: $\overleftarrow{\overleftarrow{0}\ \overleftarrow{102}\ \overleftarrow{123}}$. Он родственен выписанным ранее производным состояниям, но не совпадает ни с одним из них. Это означает появление новых состояний в расширенном автомате.

Правая часть развертки (справа от разрыва) показывает, что изображенная в ней конструкция заполняет всю разрядную сетку $Gr^0_{(\infty,0]}$, как это показано в первоначальной развертке этого примера, а левая часть развертки (слева от разрыва) показывает, что переносится в следующую разрядную сетку $Gr^1_{(\infty,0]}$, в сетку бесконечно больших величин первого порядка. Обращаем внимание, что в следующую сетку ввиду неопределенности на бесконечности, как это видно из начальной развертки этого примера, переносится в качестве начального любое из состояний $\overleftarrow{0} \vee \overleftarrow{102} \vee \overleftarrow{123}$; требуется дополнительная информация для выбора начального состояния на следующей разрядной сетке.

Переходы наподобие рассмотренного полезны на практике, поскольку они позволяют бесконечные по длительности вычисления свести к конечным, причем это может быть реализовано как B-технологии. Такого сорта сведения бесконечных вычислений к конечным приводят к ускорению вычислений. B-технология позволяет реализовать такое ускорение.

Из примера ясно, как строить переходы из состояний автомата 5 под действием нетривиальных троек сигналов. Результаты этих построений приведены в таблице 7.

Таблица 7 оказалась довольно содержательной и ввиду нехватки места распалась на три части. Она чрезвычайно полезна для слежения за бесконечными вычислительными процессами. В ней появляется новое расширение понятия состояния автомата. Оказалось, что имеет смысл считать состояниями образования вида $\overleftarrow{\overleftarrow{021}\ \overleftarrow{312}\ \overleftarrow{231}}$, являющиеся ничем иным, как конечной актуализацией бесконечности, позволяющие свести бесконечные вычисления к конечным. Будучи результатом ментальной операции актуализации бесконечности, такие состояния тем не менее материально реализуемы конечным образом в B-технологии. Далее рассмотрим пример на ее использование.

Рассмотрим пример на применение таблиц 6, 7.

Пример 6. Пусть $\bar{x} = \overleftarrow{0}\,331_{(4)} = 13\cdot 20+10_{(4)} = 7\cdot 8+4_{(10)} = 60_{(10)}$ не делится на 13. Развертка:

$\infty > t \geq 3$	2	1	0	t
$\overleftarrow{000}$	3	3	1	x
$\overleftarrow{\overleftarrow{021}\ \overleftarrow{210}\ \overleftarrow{102}}$	$\overleftarrow{210}$	$\overleftarrow{231}$	$\overleftarrow{0}$	q
$\overleftarrow{102}$	1	2	3	y

Пишем результат: $13^{-1}\cdot \overleftarrow{0}\,331|\overleftarrow{0} = \overleftarrow{102}123$. Бесконечно долгое вычисление благодаря актуализации бесконечности, проявившейся во введении состояний вида $\overleftarrow{\overleftarrow{021}\ \overleftarrow{210}\ \overleftarrow{102}}$, выполнено за четыре такта. Понятно, что устройство, заданное таблицами 6, 7, сложнее устройства, заданного таблицей 5.

Таблица 7

Автомат $13^{-1} \cdot \bar{x}|\bar{q}$ *(продолжение)*

x \ q	$\overleftarrow{312}$	$\overleftarrow{231}$	$\overleftarrow{210}$
$\overleftarrow{111}$	$\overleftarrow{\overleftarrow{210}\,\overleftarrow{123}\,\overleftarrow{312}},\overleftarrow{321}$	$\overleftarrow{\overleftarrow{000}\,\overleftarrow{021}\,\overleftarrow{231}},\overleftarrow{300}$	$\overleftarrow{\overleftarrow{123}\,\overleftarrow{312}\,\overleftarrow{210}},\overleftarrow{213}$
$\overleftarrow{222}$	$\overleftarrow{\overleftarrow{231}\,\overleftarrow{021}\,\overleftarrow{312}},\overleftarrow{330}$	$\overleftarrow{\overleftarrow{021}\,\overleftarrow{312}\,\overleftarrow{231}},\overleftarrow{303}$	$\overleftarrow{\overleftarrow{210}},\overleftarrow{2}$
$\overleftarrow{333}$	$\overleftarrow{\overleftarrow{312}},\overleftarrow{3}$	$\overleftarrow{\overleftarrow{102}\,\overleftarrow{210}\,\overleftarrow{231}},\overleftarrow{312}$	$\overleftarrow{\overleftarrow{231}\,\overleftarrow{102}\,\overleftarrow{210}},\overleftarrow{231}$

x \ q	$\overleftarrow{123}$	$\overleftarrow{102}$	$\overleftarrow{021}$
$\overleftarrow{111}$	$\overleftarrow{\overleftarrow{312}\,\overleftarrow{210}\,\overleftarrow{123}},\overleftarrow{132}$	$\overleftarrow{\overleftarrow{102}},\overleftarrow{1}$	$\overleftarrow{\overleftarrow{231}\,\overleftarrow{000}\,\overleftarrow{021}},\overleftarrow{030}$
$\overleftarrow{222}$	$\overleftarrow{\overleftarrow{000}\,\overleftarrow{102}\,\overleftarrow{123}},\overleftarrow{201}$	$\overleftarrow{\overleftarrow{123}\,\overleftarrow{000}\,\overleftarrow{102}},\overleftarrow{120}$	$\overleftarrow{\overleftarrow{312}\,\overleftarrow{231}\,\overleftarrow{021}},\overleftarrow{033}$
$\overleftarrow{333}$	$\overleftarrow{\overleftarrow{021}\,\overleftarrow{000}\,\overleftarrow{123}},\overleftarrow{210}$	$\overleftarrow{\overleftarrow{210}\,\overleftarrow{231}\,\overleftarrow{102}},\overleftarrow{123}$	$\overleftarrow{\overleftarrow{000}\,\overleftarrow{123}\,\overleftarrow{021}},\overleftarrow{102}$

x \ q	$\overleftarrow{000}$
$\overleftarrow{111}$	$\overleftarrow{\overleftarrow{021}\,\overleftarrow{231}\,\overleftarrow{000}},\overleftarrow{003}$
$\overleftarrow{222}$	$\overleftarrow{\overleftarrow{102}\,\overleftarrow{123}\,\overleftarrow{000}},\overleftarrow{012}$
$\overleftarrow{333}$	$\overleftarrow{\overleftarrow{123}\,\overleftarrow{021}\,\overleftarrow{000}},\overleftarrow{021}$

Но, если речь идет об ускорении вычислений, переход к устройству, заданному таблицами 6, 7, необходим. Забегая вперед, скажем, что этим дело не ограничивается. Есть вычисления, в которых используется развитие описанного варианта ускорения вычислений. Развитие происходит в различных направлениях и простирается достаточно далеко.

Заключение

Единый подход к синтезу устройств позволяет единообразно решать каждую новую задачу даже при сильном отличии входных данных и результатов. Единый подход к синтезу устройств характеризуется стандартной последовательностью действий.

Первым действием ищется числоид, представляющий число 13^{-1}, вначале на сетке $Gr^0_{(\infty.0]} \equiv \ldots_{\bar{3}\,\bar{2}\,\bar{1}\,\bar{0}}$. Оказывается, он находится на ней и записывается в виде:$13^{-1} = \overleftarrow{231}3$.

Методом накопления состояний с использованием найденного представления находится конечный делитель $13^{-1} \cdot \bar{x}|\bar{q}$.

Проверяется правильность его работы. Оказывается, что некоторые числоиды, являющиеся результатами его вычислений, могут быть записаны в виде периодических выражений в нескольких разных видах.

На основе проведенного наблюдения выясняется, что в таблице автомата $13^{-1} \cdot \bar{x}|\bar{q}$ можно отделить стрелочные входные сигналы от нестрелочных.

Это приводит к более громоздкой таблице автомата, в которой в роли состояний выступают конструкции вида $\bar{q} = \overleftarrow{\overleftarrow{102}\,\overleftarrow{021}\,\overleftarrow{210}}$. И более громоздкая таблица автомата и более сложная конструкция состояний дают возможность проводить ускоренное вычисление. Например, потенциально бесконечные вычисления выполняются за конечное число шагов. В таком автомате оптимальным образом решена проблема останова, что также приводит к ускорению вычислений.

Синтезированный автомат $13^{-1} \cdot \bar{x}|\bar{q}$ обладает свойством экстравертности по состояниям, состоящим в том, что любой числоид на сетке $Gr^{0}_{(\infty.0]} \equiv \ldots_{\bar{3}\,\bar{2}\,\bar{1}\,\bar{0}}$ может быть взят в качестве начального состояния. Во множестве числоидов выделяется класс состояний вида $Q_{13^{-1}} = \{\bar{q}|\bar{q} = \overleftarrow{021} \cdot i, \quad i \in Z\}$, всегда приводящий к конечным вычислениям. Этот класс состояний может аппроксимировать вычисления с начальными состояниями, в роли которых выступают любые действительные числа.

Синтезированный делитель $13^{-1} \cdot \bar{x}|\bar{q}$ является нормальным делителем, т. е. он делит от младших разрядов к старшим. Таблица 5 наглядно демонстрирует присущие ему структурные закономерности. Нормальному делителю противопоставляется инверсный делитель (в статье не описан), ведущий деление от старших разрядов к младшим (нам хорошо знакомое деление). Эти делители приводят к двум различным числоидам, представляющим число 13^{-1} (см. табл. 4).

Показан не встречавшийся ранее способ ускорения вычислений, состоящий в использовании комплексов состояний в качестве одного нового состояния .

Для реализации описанной идеологии наилучшим образом подходит В-технология. В других технологиях такая реализация совершенно не просматривается.

ЛИТЕРАТУРА

1. Деев Г. Е. *Теория вычислительных устройств*. Санкт-Петербург: Лань; 2019. 452 с.
2. Летников А. *Теория дифференцирования с произвольным указателем*. М.: Типография А. И. Мамонтова; 1868.
3. Эйлер Л. *Дифференциальное исчисление*. М.-Л.: ГИТТЛ; 1949.