

DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-4-01

УПРАВЛЯЕМЫЙ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ ФАЗОВЫЙ ПЕРЕХОД В АНТИФЕРРОМАГНЕТИКЕ

В. И. Егоров^a, Б. В. Крыжановский^b

Федеральное государственное учреждение «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук», г. Москва, Российская Федерация
^a ✉ rvladegorov@rambler.ru, ^b kryzhanov@mail.ru

Аннотация: в приближении теории среднего поля исследованы свойства антиферромагнетика при наличии внешнего магнитного поля. Показано, что внешнее магнитное поле не разрушает фазовый переход в антиферромагнетике, а только изменяет критические показатели и сдвигает критическую точку, что позволяет управлять параметрами системы. При этом число критических точек может изменяться от одной (фазовый переход второго рода) до четырех (два фазовых перехода первого рода и два фазовых перехода второго рода). Исследованы критические показатели в критической точке, сдвинутой магнитным полем. Показано, что в материалах с сильным антиферромагнитным взаимодействием, варьируя величину магнитного поля, можно повысить критическую температуру более чем в три раза.

Ключевые слова: антиферромагнетик, фазовый переход, слоистая среда, критическая температура.

Благодарности: работа выполнена в рамках государственного задания НИИСИ РАН № FNEF-2022-0003.

Для цитирования: Егоров В. И., Крыжановский Б. В. Управляемый магнитным полем фазовый переход в антиферромагнетике. *Успехи кибернетики*. 2023;4(4):13–21. DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-4-01.

Поступила в редакцию: 14.08.2023.

В окончательном варианте: 12.09.2023.

A MAGNETIC FIELD-CONTROLLED PHASE TRANSITION IN ANTIFERROMAGNETIC MATERIALS

V. I. Egorov^a, B. V. Kryzhanovsky^b

Federal State Institution “Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences”, Moscow, Russian Federation
^a ✉ rvladegorov@rambler.ru, ^b kryzhanov@mail.ru

Abstract: we studied the properties of antiferromagnetic materials in an external magnetic field using the mean field approximation. We found that the external magnetic field does not destroy the phase transition in antiferromagnetic materials but just changes the critical properties and shifts the critical point so it is possible to control the system properties. Moreover, the number of critical points can vary from one (second-order phase transition) to four (two first-order phase transitions and two second-order phase transitions). We estimated the critical properties at the critical point shifted by the applied magnetic field. We showed that by varying the magnetic field magnitude, we can increase the critical temperature in materials with strong antiferromagnetic interactions by more than 300%.

Keywords: antiferromagnetic materials, phase transitions, layered media, critical temperature.

Acknowledgements: this study is a part of the FNEF-2022-0003 government order contracted to the Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences.

Cite this article: Egorov V. I., Kryzhanovsky B. V. A Magnetic Field-Controlled Phase Transition in Antiferromagnetic Materials. *Russian Journal of Cybernetics*. 2023;4(4):13–21. DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-4-01.

Original article submitted: 14.08.2023.

Revision submitted: 12.09.2023.

Введение

Исследование ферромагнитных слоистых структур с антиферромагнитным межслоевым взаимодействием [1, 2] показало возможность существования в таких структурах ферромагнитной, антиферромагнитной и парамагнитной фаз. Более того, показано [3, 4], что в материалах с чередованием слоев различных ферромагнитных материалов возможно возникновение температуры компенсации, то есть температуры ниже критической, при которой полная намагниченность решетки равна нулю. Критическое поведение вблизи температуры компенсации исследовано в работах [5–11].

Настоящая работа является продолжением работы [12] и посвящена исследованию свойств антиферромагнетика, представленного в виде двух взаимодействующих подансамблей: спины, принадлежащие одному и тому же подансамблю, взаимодействуют ферромагнитным образом, а перекрестное взаимодействие между подансамблями — антиферромагнитное. В частном случае — это слоистая среда с антиферромагнитным межслоевым взаимодействием. Здесь мы хотим показать, что наличие магнитного поля не разрушает фазовый переход в такой системе, а только сдвигает его, и исследуем возможность управления критическими показателями системы магнитным полем.

Общие выражения

В приближении теории среднего поля рассмотрим систему из N спинов, разбитую на две группы I и II с числом спинов $N/2$ в каждой. Связь между спинами в каждой из групп задана величиной a , а перекрестные связи между спинами разных групп — величиной c . Полагаем, что взаимодействие спинов внутри каждой из групп ферромагнитное ($a > 0$), между спинами разных групп — антиферромагнитное ($c < 0$), а направление внешнего магнитного поля H выбираем положительным ($H \geq 0$).

Детальный вывод основных выражений приведен в работе [12], обозначения которой мы здесь используем. Здесь мы воспользуемся результатами этой работы для случая антиферромагнетика. Энергия системы, нормированная на один спин, имеет вид:

$$E = -\frac{1}{8} \left[a (m_1^2 + m_2^2) - 2 |c| m_1 m_2 \right] - HM, \quad (1)$$

где m_1 и m_2 есть парциальные намагниченности групп I и II соответственно ($1 \geq |m_{1,2}| \geq 0$), а M — полная намагниченность системы:

$$M = \frac{1}{2} (m_1 + m_2). \quad (2)$$

Отметим, что задача симметрична относительно индексов 1 и 2, и для упрощения выкладок мы везде будем полагать $m_1 \geq m_2$, понимая, что возможен и случай $m_1 \leq m_2$.

Свободная энергия такой системы (нормированная на один спин) задается хорошо известным выражением [13, 14]:

$$F = \frac{1}{2} (S_1 + S_2) + KE, \quad (3)$$

где K — обратная температура, и введены обозначения:

$$S_i = \frac{1}{2} [(1 + m_i) \ln (1 + m_i) + (1 - m_i) \ln (1 - m_i)] - \ln 2, \quad i = 1, 2. \quad (4)$$

Уравнения состояния ($\partial F / \partial m_1 = 0$, $\partial F / \partial m_2 = 0$) такой системы имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{1}{K} \ln \frac{1 + m_1}{1 - m_1} &= a m_1 - |c| m_2 + 2H, \\ \frac{1}{K} \ln \frac{1 + m_2}{1 - m_2} &= a m_2 - |c| m_1 + 2H. \end{aligned} \quad (5)$$

Из (5) несложно получить выражение для критической температуры фазового перехода K_c в отсутствие поля. Действительно, полагая $H = 0$ и $m_1 \rightarrow 0$, $m_2 \rightarrow 0$ при $K \rightarrow K_c$ из (5) получим:

$$K_c = \frac{2}{a + |c|}. \quad (6)$$

Введем здесь понятие критической величины магнитного поля:

$$H_c = \frac{1}{2} |c|. \quad (7)$$

Смысл введения H_c состоит в следующем: основное состояние системы при $H \leq H_c$ антиферромагнитно ($m_1 m_2 = -1$), а при $H > H_c$ — ферромагнитно ($m_1 m_2 = 1$). Иными словами, при стремлении температуры к нулю ($K \rightarrow \infty$) система в случае $H \leq H_c$ конвергирует в антиферромагнитное состояние с парциальными намагниченностями $m_1 = -m_2 = 1$, а в случае $H > H_c$ — в ферромагнитное состояние с $m_1 = m_2 = 1$. Это следует помнить для понимания хода кривых $m_{1,2} = m_{1,2}(K)$ на приведенных ниже графиках.

Критическое поведение при $H = 0$

Рассмотрим поведение физических величин вблизи критической температуры, вводя относительную обратную температуру:

$$t = \frac{K_c - K}{K}. \quad (8)$$

Повторяя выкладки работы [12], для рассматриваемого здесь частного случая антиферромагнетика получим следующие результаты.

i). **Спонтанная намагниченность. Критический показатель β .** Рассмотрим уравнения состояния (5) при $H = 0$ и $m_{1,2} \rightarrow 0$. Проведём там разложение по малым параметрам $m_{1,2}$ с точностью до членов порядка $m_{1,2}^3$ и t . Тогда для парциальных намагниченностей вблизи критической температуры ($K > K_c$) получим:

$$m_1 = -m_2 = \pm \sqrt{-3t}. \quad (9)$$

В то же время из (5) следует, что при $H = 0$ полная спонтанная намагниченность M_0 равна нулю при любом значении температуры. Поэтому введение критического показателя β при $H = 0$ не имеет смысла.

ii). **Скачок теплоемкости. Критический показатель α .** В критической точке $K = K_c$ теплоемкость C испытывает конечный скачок. Действительно, при $K < K_c$ ($t \rightarrow 0^+$) имеем $C = 0$, а при $t \rightarrow 0^-$ величину $C = -K dE/dK$ легко вычислить, используя выражения (1) и (9). Тогда для скачка теплоемкости в критической точке получим:

$$\Delta C = \lim_{t \rightarrow 0^-} C = \frac{3}{2K_c}. \quad (10)$$

Так как теплоемкость в критической точке стремится к конечному значению, то значение критического показателя α в соответствии с [13] следует положить $\alpha = 0$.

iii). **Восприимчивость χ ($H = 0$). Критические показатели γ и γ' .** Рассмотрим поведение восприимчивости системы вблизи критической точки при $H = 0$. Дифференцируя уравнения состояния (5) по H и разрешая полученные уравнения относительно $\chi_1 = \partial m_1 / \partial H$, $\chi_2 = \partial m_2 / \partial H$ и $\chi = \partial M / \partial H$ с учетом (9), получим приведенные ниже выражения:

$$\chi_1 = \chi_2 = \frac{1}{|c|}, \quad \chi = \frac{1}{2} (\chi_1 + \chi_2) = \frac{1}{|c|}, \quad (11)$$

справедливые как при $t > 0$, так и при $t < 0$. Отсюда вытекает $\gamma = \gamma' = 0$.

iv). **Гипотеза подобия. Критический показатель δ .** Согласно гипотезе скейлинга, поле H вблизи критической точки является однородной функцией переменных $M^{1/\beta}$ и t . Рассмотрим, как от параметров взаимодействия зависит величина критического показателя δ и вид функции скейлинга. Разлагая уравнения состояния (5) по малым параметрам m_1 , m_2 , t и выделив полную намагниченность $M = (m_1 + m_2) / 2$, получим выражение:

$$H = |c| M, \quad (12)$$

справедливое как при $t > 0$, так и при $t < 0$. Для критического показателя δ отсюда следует $\delta = 1$. Функцию скейлинга невозможно определить, поскольку не определен критический показатель β . Величину критического показателя β можно доопределить, используя соотношения Рушбрука ($\alpha + 2\beta + \gamma \geq 2$), Видома ($\gamma \geq \beta(\delta - 1)$) и Гриффитса ($\beta(\delta + 1) \geq 2 - \alpha$). Как следствие гипотезы подобия эти соотношения должны выполняться как строгие равенства [13]. Тогда с учетом полученных выше значений $\alpha = 0$, $\delta = 1$ и $\gamma = 0$ из этих равенств следует $\beta = 1$.

Зависимости величин от температуры

Рассмотрим зависимость намагниченностей от температуры. Типичные картины зависимости $m_i = m_i(K)$, $i = 1, 2$ представлены на рисунке 1. На рисунке 1а представлена эта зависимость при нулевом внешнем поле ($H = 0$). Характерно, что в этом случае полная намагниченность равна нулю при любой температуре $M(K, H = 0) = 0$.

Нас интересует поведение физических величин при наличии поля ($H \neq 0$). Уравнения состояния (5) имеют одинаковые коэффициенты и вполне допускают решение $m_1 = m_2$, при котором система двух уравнений (5) вырождается в одно уравнение (13). Действительно, анализ (5) показывает, что на некотором интервале температур $0 \leq K \leq K_s$ величины парциальных намагниченностей $m_1 = m_2 = m$ определяются уравнением:

$$\frac{1}{K} \ln \frac{1+m}{1-m} = m(a - |c|) + 2H. \quad (13)$$

Значение намагниченности m при этом положительно, поскольку положительно внешнее магнитное поле H . Если поле меньше некоторого значения H_{\max} , то при некоторой температуре $K = K_s$ происходит «мягкое» расщепление (сплиттинг) кривой $m = m(K)$ на две расходящиеся парциальные намагниченности $m_1(K)$ и $m_2(K)$ (рисунок 1б). Соответственно, при $K > K_s$ величины $m_1(K) \neq m_2(K)$ определяются совместным решением системы уравнений (5). Величины K_s и H_{\max} будут определены ниже в (15) и (20).

Определим точку «мягкого» сплиттинга K_s . Величины $m_1 = m_2 = m_s$ в этой точке определяются из (13) при $K = K_s$. Рассмотрим поведение намагниченностей $m_{1,2}$ в малой окрестности точки K_s , вводя малое отклонение:

$$t_s = \frac{T - T_s}{T_s} = \frac{K_s - K}{K}, \quad |t_s| \rightarrow 0. \quad (14)$$

В этом случае парциальные намагниченности ищем в виде: $m_1 = m_2 = m_s - \delta$ при $K < K_s$ и $m_{1,2} = m_s \pm \delta_{1,2}$ при $K > K_s$ ($\delta \rightarrow 0$, $\delta_{1,2} \rightarrow 0$). Подставим $m_{1,2}$ в таком виде в (5) и (13) и проведём там разложение по малым параметрам δ , $\delta_{1,2}$ и t_s , сохраняя члены вплоть до $\delta_{1,2}^3$. Приравнявая члены одного порядка малости, получим выражение для точки сплиттинга:

$$K_s = \frac{K_c}{1 - m_s^2}, \quad (15)$$

а также выражения для малых отклонений от m_s :

$$\begin{aligned} \delta &= t_s \kappa_0, & m_1 = m_2 &= m_s - t_s \kappa_0, & t_s > 0, \\ \delta_{1,2} &= \kappa_1 |t_s|^{1/2} \pm \kappa_2 t_s, & m_{1,2} &= m_s \pm \kappa_1 |t_s|^{1/2} + \kappa_2 t_s, & t_s < 0, \end{aligned} \quad (16)$$

где

$$\begin{aligned} \kappa_0 &= [(a - |c|) m_s + 2H] / 2 |c|, \\ \kappa_1 &= \sqrt{3(1 - m_s^2) (|c| - a m_s^2 - 2H m_s) / (|c| - 3a m_s^2)}, \\ \kappa_2 &= [3(1 - m_s^2) - (1 + 3m_s^2) \kappa_1^2] / [6m_s(1 - m_s^2)]. \end{aligned} \quad (17)$$

і). **Точка сплиттинга и образование «пузыря».** Величина m_s есть решение уравнения (13) при $K = K_s$. Это уравнение допускает простое графическое решение, если его переписать в виде:

$$H = R(m_s), \quad \text{где } R(m_s) = \frac{1}{2} m_s (|c| - a) + \frac{1}{4} (|c| + a) (1 - m_s^2) \ln \frac{1 + m_s}{1 - m_s}. \quad (18)$$

Пример такого решения для случаев $|c| < a$, $|c| = a$ и $|c| > a$ показан на рисунке 2. Функция $R(m)$ имеет единственный максимум при $m = m_{\max}$, где m_{\max} есть решение уравнения $\partial R(m) / \partial m = 0$:

$$m_{\max} \ln \frac{1 + m_{\max}}{1 - m_{\max}} = \frac{2|c|}{a + |c|}. \quad (19)$$

Соответственно, уравнение (18) может иметь решение только при $H \leq H_{\max}$, где

$$H_{\max} = \frac{(|c| - a m_{\max}^2)}{2m_{\max}}. \quad (20)$$

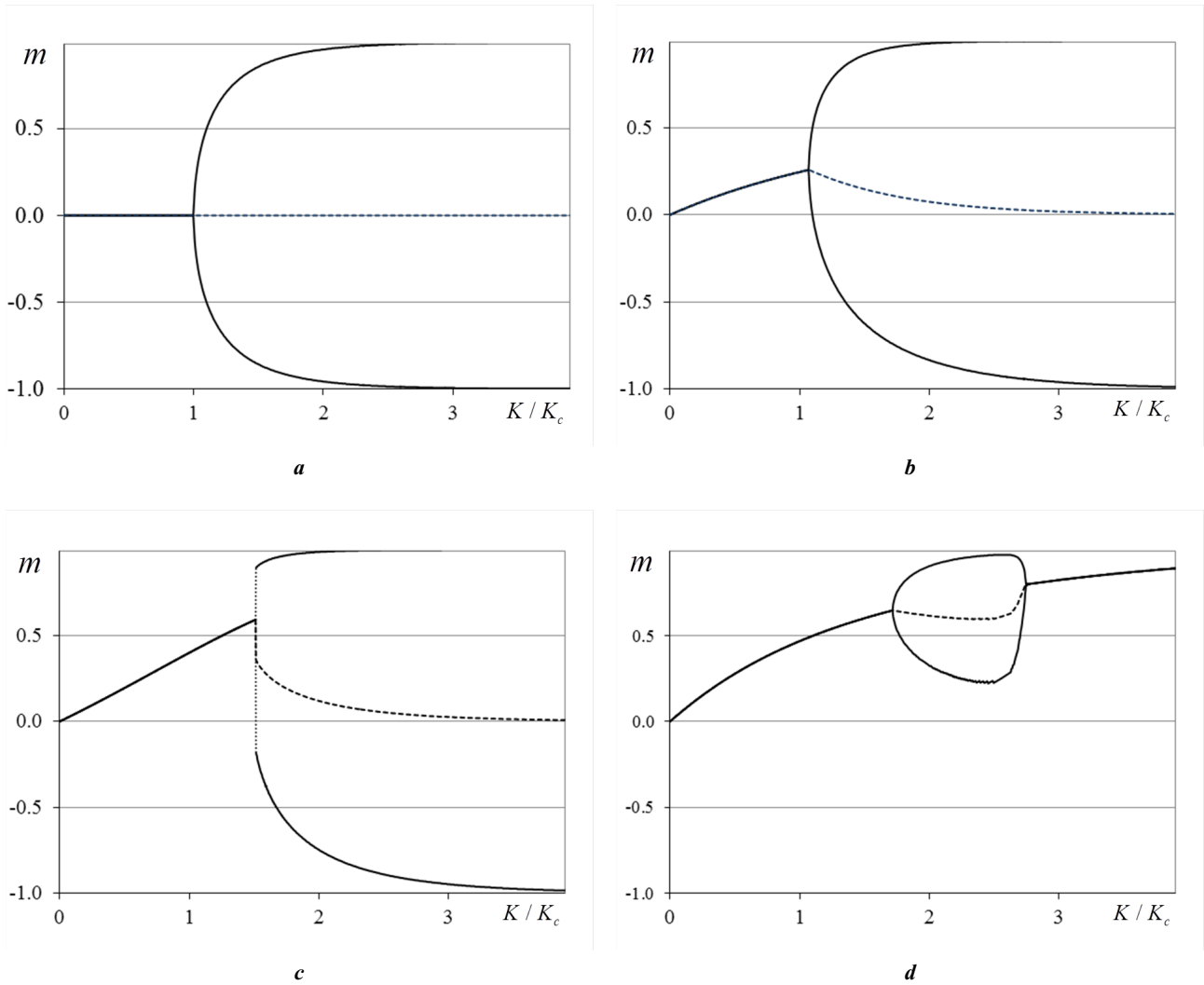


Рис. 1. Зависимости $m_{1,2} = m_{1,2}(K)$ (сплошные кривые) и $M = M(K)$ (пунктир) при разных значения поля. (a) $H = 0$; (b) $H = 0.5H_c$; (c) $H = 0.85H_c$; (d) $H = H_c$. Всюду $|A| = 2a$

Рассмотрим рисунок 2 подробнее. Правый край кривой $R(m_s)$ в случае $|c| = a$ находится на оси абсцисс в точке $m_s = 1$, а при $|c| < a$ пересекает эту ось в точке $m_s < 1$. Итого при $|c| \leq a$ уравнение (18) может иметь два решения: одно из них $m'_s \leq m_{\max}$ отвечает за расщепление кривых $m_1(K)$ и $m_2(K)$ в точке $K'_s = K_s(m'_s)$, а второе $m''_s \geq m_{\max}$ — за их слияние в точке $K''_s = K_s(m''_s)$. Иными словами, в случае $|c| \leq a$ в зависимости от величины внешнего поля реализуется два варианта: при $H \leq H_{\max}$ имеется сразу две точки фазового перехода второго рода; при $H > H_{\max}$ уравнение (18) не имеет решения, и в точке $K = K_s$ реализуется фазовый переход первого рода, сопровождающийся скачкообразным изменением (рисунок 1с) величин $m_{1,2} = m_{1,2}(K)$.

В случае $|c| > a$ правый край кривой $R(m_s = 1)$, имеющий значение $R = (|c| - a)/2$, находится выше оси абсцисс. Из этого вытекает: при $0 < H \leq (|c| - a)/2$ уравнение (18) имеет только одно решение ($m_s \leq m_{\max}$), отвечающее за сплиттинг; при $(|c| - a)/2 < H \leq H_{\max}$ имеется сразу два решения: $m'_s \leq m_{\max}$ и $m''_s \geq m_{\max}$, т. е. может образоваться «пузырь», как на рисунке 1d.

Определим асимптотические значения величин m_{\max} и H_{\max} . В случае слабого антиферромагнитного взаимодействия ($|c| \ll a$) из (19) – (20) вытекает:

$$m_{\max} \simeq \left| \frac{c}{a} \right|^{1/2}, \quad H_{\max} \simeq \frac{|c|^{3/2}}{2\sqrt{a}}, \quad (21)$$

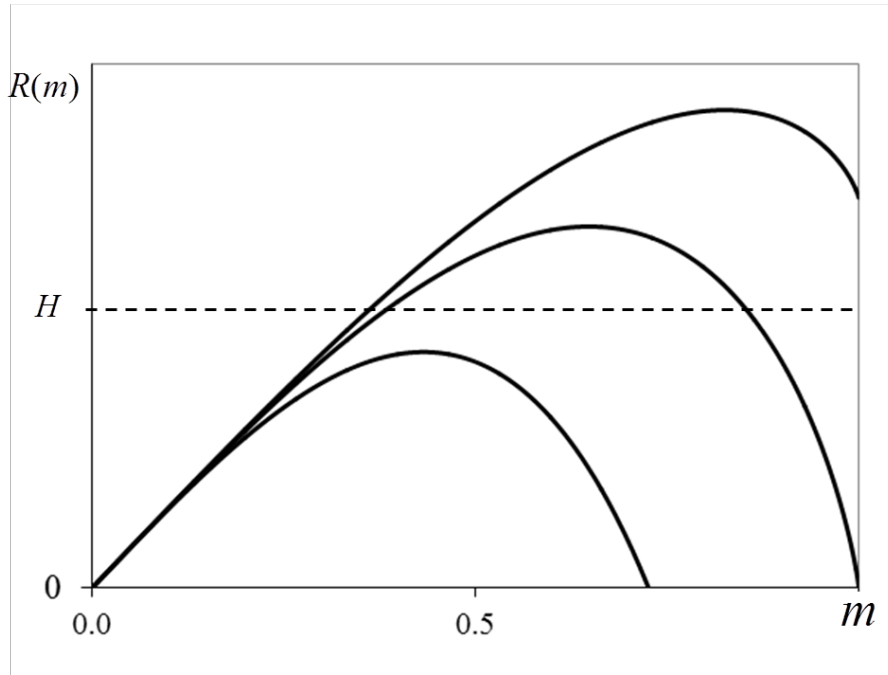


Рис. 2. Графическое решение уравнения $R(m_s) = H$. На рисунке показан пример, когда при заданном значении H уравнение (18) имеет одно решение при $|c| > a$ (верхняя кривая), два решения при $|c| = a$ (средняя кривая) и не имеет решений при $|c| < a$ (нижняя кривая)

а в пределе $|c| \gg a$ имеем:

$$m_{\max} \simeq 0.8336, \quad H_{\max} = \frac{|c|}{2 m_{\max}} \simeq 1.2H_c. \quad (22)$$

Как видим, мягкий сплиттинг может наблюдаться при варьировании величины H в достаточно широком диапазоне $H_{\max} \geq H > 0$. Причем ширина диапазона, т. е. величина H_{\max} , растет с ростом величины $|c|$. Если мягкое расщепление невозможно и основным является антиферромагнитное состояние ($H < H_c$), то проход через критическую точку сопровождается скачком парциальных намагниченностей (рисунок 1с). Если же выполняются условия образования «пузыря», то при $H < H_c$ скачок намагниченности происходит уже после точки слияния.

В целом температурное поведение намагниченностей зависит от величины отношения $|A|/a$ и внешнего поля H и является очень разнообразным (рисунок 1). Более подробно данный аспект модели будет исследован в следующих работах.

ii). **Ограничения на мягкий сплиттинг.** Выше мы анализировали процесс мягкого сплиттинга/слияния кривых $m_{1,2} = m_{1,2}(K)$ в предположении, что таковой возможен. Однако имеется два ограничения, из-за которых ни мягкого расщепления, ни слияния не происходит.

Во-первых, поле должно быть не слишком большим $H < H_{\max}$, в противном случае мягкий сплиттинг (рисунок 1b) сменяется скачкообразным изменением парциальных намагниченностей $m_{1,2}(K)$, т. е. фазовый переход второго рода сменяется переходом первого рода (рисунок 1с).

Во-вторых, расщепление в точке K_s возможно, если δ_1 и δ_2 принимают действительные значения. Из выражения (17) следует, что $\delta_1, \delta_2 \in \mathbb{R}$, если

$$|c| - 3am_s^2 > 0, \quad (23)$$

т. е. при $m_s < m_0$, где $m_0 = |c/3a|^{1/2}$. Выражение (23) является необходимым условием существования точки мягкого расщепления $m_s \leq m_{\max}$ (сплиттинга). Из (19) следует, что существует некоторое значение $c = c_0$, где $|c_0| \simeq 1.437a$, при котором $|c| - 3am_0^2 = 0$ и $m_0 = m_{\max} \simeq 0.692$. Соответственно, при значениях $|c_0| \leq |c| \leq 3a$ условие $\delta_1, \delta_2 \in \mathbb{R}$ выполняется, и сплиттинг имеет место, если $H \leq H_{\max}$. При $|c| \leq |c_0|$ условие (10), т. е. $\delta_1, \delta_2 \in \mathbb{R}$, выполняется только при $m_s \leq m_0$. Соответственно, мягкий сплиттинг возможен только при малых значениях поля $H < H_0$, где $H_0 = R(m_0)$ определяется выражением (18).

Точка слияния $m_s \geq m_0$ может появиться только при $|c| \geq |c_0|$, когда $m_0 \geq m_{\max}$. Причем слияние возможно только в узком диапазоне значений поля $H_0 \leq H \leq H_{\max}$, когда $m_0 \geq m_s \geq m_{\max}$. Более детальный анализ (23) и (18) – (22) показывает, что слияние кривых $m_1(K)$ и $m_2(K)$, т. е. образование «пузыря», как правило, происходит только при значениях H , очень близких к H_c .

Управляемый полем фазовый переход

В точке мягкого расщепления/слияния $K = K_s$ происходит фазовый переход второго рода, сопровождающийся скачком теплоемкости. Величину скачка ΔC при расщеплении можно легко вычислить, дифференцируя выражение (1) с учетом (17):

$$\Delta C = \frac{3}{2K_c} \frac{(|c| - am_s^2 - 2Hm_s)^2}{|c| (|c| - 3am_s^2)}. \quad (24)$$

В точке слияния кривых $m_1(K)$ и $m_2(K)$ величина скачка ΔC определяется этим же выражением, но с другим значением m_s ($m_s > m_{\max}$).

Из сказанного следует, что определяемая выражением (15) величина K_s есть не что иное, как зависящая от магнитного поля критическая точка, т. е. $K_s = K_c(H)$. Иными словами, в рассматриваемой здесь модели внешнее поле не подавляет фазовый переход второго рода, а только сдвигает его в сторону больших значений: $K_c(H \neq 0) > K_c(H = 0) \equiv K_c$.

Рассмотрим критическое поведение физических величин вблизи критической температуры K_s . Сразу отметим, что показатель $\alpha_s = 0$, т. к. теплоемкость в точке сплиттинга испытывает конечный скачок (24). Поскольку в критической точке $K = K_s$ величины $H = H_s$ и $M(K_s) = m_s$ отличны от нуля, то следует ввести относительные величины $\Delta M(K, H) = M - m_s$ и $\Delta H = H - H_s$. Соответственно, критические показатели определяются соотношениями:

$$\begin{aligned} \Delta M(K, H_s) &\sim (-t_s)^{\beta_s} && \text{при } t_s \rightarrow 0^-, \\ \Delta M(K, H_s) &\sim t_s^{\beta'_s} && \text{при } t_s \rightarrow 0^+, \\ \chi(K) &\sim (-t_s)^{-\gamma_s} && \text{при } t_s \rightarrow 0^-, \\ \chi(K) &\sim t_s^{-\gamma'_s} && \text{при } t_s \rightarrow 0^+, \\ \Delta M(K_s, H) &\sim \Delta H^{1/\delta_s} && \text{при } \Delta H \rightarrow 0^+, \\ \Delta M(K_s, H) &\sim (-\Delta H)^{1/\delta'_s} && \text{при } \Delta H_s \rightarrow 0^-. \end{aligned} \quad (25)$$

Из (16) следует, что вблизи температуры сплиттинга полная намагниченность определяется выражением:

$$\Delta M(H_s) = -\kappa_2 |t_s|, \quad (26)$$

справедливым и при $t_s < 0$, и при $t_s > 0$. Из (26) вытекает, что критические показатели $\beta_s = \beta'_s = 1$.

Дифференцируя уравнения состояния (5) по H , для восприимчивости в критической точке $K = K_s$ получим:

$$\chi^{-1} = \begin{cases} |c|, & t_s \rightarrow 0^+ \\ |c| + \frac{2\kappa_1 m_s^2 (a + |c|)}{(1 - m_s^2 + 2m_s)(1 - m_s^2) - (3m_s^2 + 1)\kappa_1}, & t_s \rightarrow 0^- \end{cases}. \quad (27)$$

Как видим, восприимчивость в критической точке испытывает конечный скачок, величина которого зависит от m_s и, следовательно, от значения поля H . В отсутствие внешнего поля скачок восприимчивости исчезает. Из формулы (27) следует, что критические показатели $\gamma_s = \gamma'_s = 0$.

Для оценки показателя δ_s воспользуемся уравнением (13) при $K = K_s$. Рассмотрим изменение намагниченности при небольшом увеличении внешнего поля. Проводя в (13) разложение по малым параметрам ΔM и ΔH , получаем:

$$\Delta H = |A| \Delta M. \quad (28)$$

Выражение (28) справедливо и для отрицательных значений ΔH и ΔM . Поэтому значение критических показателей $\delta_s = \delta'_s = 1$.

В рассматриваемом случае соотношения $\alpha + 2\beta + \gamma = 2$, $\gamma = \beta(\delta - 1)$ и $\beta(\delta + 1) = 2 - \alpha$, являющиеся следствием гипотезы скейлинга, строго выполняются. Значения критических показателей в точке мягкого сплиттинга равны показателям при отсутствии поля.

Обсуждение результатов

Выше показано, что, изменяя величину магнитного поля, можно управлять величиной критической температуры и иными характеристиками системы. Диапазон изменений критической температуры может быть достаточно велик. Как следует из (15), при сильном антиферромагнитном взаимодействии ($|c| \gg a$) фазовый переход в точке мягкого расщепления может быть сильно сдвинут: при вариации поля от $H = 0$ до $H = H_{\max} \sim 1.2H_c$ величина m_s изменяется от $m_s = 0$ до $m_s = m_{\max} \sim 0.83$, а величина K_s изменяется от $K_s = K_c$ до $K_s \simeq 3.4K_c$. Описанная картина представлена на рисунке 3. Как видим, сильного изменения критической температуры можно добиться только в случае сильного антиферромагнитного взаимодействия ($|c| \gg a$).

Еще больше диапазон изменений в точке слияния (если таковая имеется), где может реализоваться случай $m_s \rightarrow 1$, т. е. $K_s \rightarrow \infty$. Например, на рисунке 4 показан случай сильного антиферромагнитного взаимодействия $|c| = 5a$, когда при $H \simeq 0.999H_c$ реализуется «пузырь» и система имеет две критических точки: одну в точке сплиттинга при $K_s \simeq 1.2K_c$, а вторую в точке слияния при $K_s \simeq 8.4K_c$. Мы специально выбрали такие параметры взаимодействия, чтобы показать все многообразие вариантов поведения: помимо двух фазовых переходов второго рода, в системе имеется еще и два фазовых перехода первого рода: одна в точке $K_s \simeq 4.1K_c$, а вторая в точке $K_s \simeq 17K_c$ (в двух точках кривая $m_2(K)$ изменяется скачком). К сожалению, не удалось получить аналитические выражения для температур, в которых парциальные намагниченности изменяются скачком.

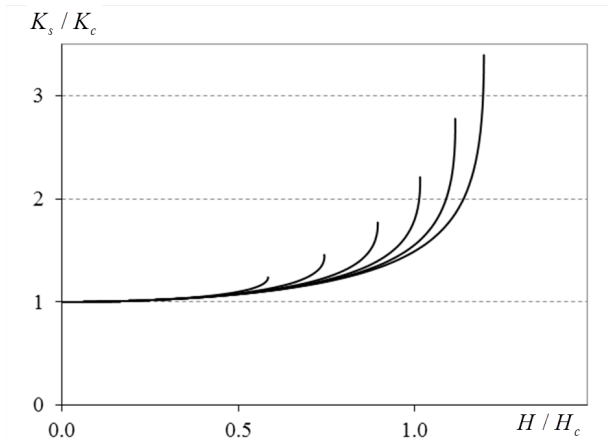


Рис. 3. Зависимость критической температуры от величины поля $K_s = K_s(H)$ при разных H_c . Кривые слева направо: $H/H_c = 0.5, 1, 2, 4, 50$

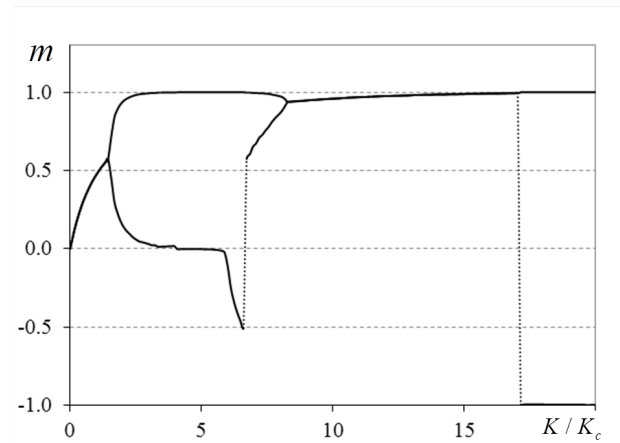


Рис. 4. Зависимость $m_{1,2} = m_{1,2}(K)$ при $|c| = 5a$ и $H = 0.999H_c$

ЛИТЕРАТУРА

1. Camley R. E., Tilley D. R. Phase Transitions in Magnetic Superlattices. *Physical Review B*. 1988;37(7):3413.
2. Camley R. E. Properties of Magnetic Superlattices with Antiferromagnetic Interfacial Coupling: Magnetization, Susceptibility, and Compensation Points. *Physical Review B*. 1989;39(16):12316.
3. Lipowski A. Critical Temperature in the Two-Layered Ising Model. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 1998;250(1-4):373-383.
4. Horiguchi T., Lipowski A., Tsushima N. Spin-32 Ising Model and Two-Layer Ising Model. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 1996;224(3-4):626-638.
5. Diaz I. J. L., Branco N. S. Monte Carlo Simulations of an Ising Bilayer with Non-Equivalent Planes. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 2017;468:158-170.

6. Diaz I. J. L., Branco N. S. Monte Carlo Study of an Anisotropic Ising Multilayer with Antiferromagnetic Interlayer Couplings. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 2018;490:904–917.
7. Gharaibeh M., et al. Compensation and Critical Behavior of Ising Mixed Spin (1-1/2-1) Three Layers System of Cubic Structure. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 2020;550:124–147.
8. Wang W., Feng-li X., and Ming-ze W. Compensation Behavior and Magnetic Properties of a Ferrimagnetic Mixed-Spin (1/2, 1) Ising Double Layer Superlattice. *Physica B: Condensed Matter*. 2017;515:104–111.
9. Kaneyoshi T., and Jascur M. Compensation Temperatures of Ferrimagnetic Bilayer Systems. *Journal of magnetism and magnetic materials*. 1993;118(1–2):17–27.
10. Szalowski K., and Balcerzak T. Normal and Inverse Magnetocaloric Effect in Magnetic Multilayers with Antiferromagnetic Interlayer Coupling. *Journal of Physics: Condensed Matter*. 2014;26(38):386003.
11. Balcerzak T., and Szalowski K. Ferrimagnetism in the Heisenberg–Ising Bilayer with Magnetically Non-Equivalent Planes. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 2014;395:183–192.
12. Крыжановский Б. В., Егоров В. И. Критические показатели спиновой модели на полностью связанном графе при наличии антиферромагнитного взаимодействия. *Успехи кибернетики*. 2023;4(3):7–18.
13. Baxter R. J. *Exactly Solved Models in Statistical Mechanics*. London; Academic Press; 1982.
14. Крыжановский Б. В., Литинский Л. Б. Обобщенное уравнение Брегга–Вильямса для систем с произвольным дальним действием. *Доклады АН*. 2014;459(6):680–684.