ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ПО РАСХОДУ ЗАКАЧКИ ФИЗИЧЕСКИ ИНФОРМИРОВАННАЯ НЕЙРОННАЯ СЕТЬ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ОДНОМЕРНОЙ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ЗАДАЧИ ДВУХФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ С УЧЕТОМ КАПИЛЛЯРНОГО ДАВЛЕНИЯ

В. А. Галкин[1,2,а], **А. В. Гореликов**[1,2,б], **М. А. Гореликов**[3,в]

[1] *Сургутский филиал федерального государственного бюджетного учреждения «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований Национального исследовательского центра «Курчатовский институт», г. Сургут, Российская Федерация*

[2] *Сургутский государственный университет, г. Сургут, Российская Федерация*

[3] *Федеральное государственное бюджетное учреждение «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований Национального исследовательского центра «Курчатовский институт», г. Москва, Российская Федерация*

[а] *ORCID: https://orcid.org/0000-0002-9721-4026, val-gal@yandex.ru*

[б] *ORCID: https://orcid.org/0009-0006-8946-7396, gorelikov_ av@surgu.ru*

[в] *ORCID: https://orcid.org/0009-0004-6196-5735,* ✍ *gorelikov.matvey@mail.ru*

Аннотация: разработана параметрическая по расходу закачки физически информированная нейронная сеть для моделирования двухфазной фильтрации. Обучение основано на уравнении переноса насыщенности, начальных и граничных условиях и интегральном водном балансе без подгонки к наблюдаемым кривым. Для проверки применялись данные, полученные гидродинамическим симулятором tNavigator, и результаты расчетов независимо разработанного конечно-объемного кода. Сопоставлены шесть интегральных характеристик в трех режимах закачки. Максимальная среднеквадратическая ошибка нейронной сети относительно данных tNavigator, нормированная на размах эталонного ряда, составила 1,5 %. На промежуточном расходе получено согласование интегральных характеристик вытеснения, рассчитанных нейронной сетью, с данными симулятора tNavigator без дообучения.

Ключевые слова: параметрическая физически информированная нейронная сеть, двухфазная фильтрация.

Благодарности: работа выполнена в рамках государственного задания НИЦ «Курчатовский институт» — НИИСИ по теме № FNEF-2024-0001 «Создание и реализация доверенных систем искусственного интеллекта, основанных на новых математических и алгоритмических методах, моделях быстрых вычислений, реализуемых на отечественных вычислительных системах» (1023032100070-3-1.2.1).

Эта статья стала возможной благодаря использованию ПО тНавигатор, разработанного ООО «ИРМ».

Для цитирования: Галкин В. А., Гореликов А. В., Гореликов М. А. Параметрическая по расходу закачки физически информированная нейронная сеть для моделирования одномерной нестационарной задачи двухфазной фильтрации с учетом капиллярного давления. *Успехи кибернетики.* 2026;7(3):17–25.

Поступила в редакцию: 26.08.2026. *В окончательном варианте: 27.09.2026.*

PHYSICS-INFORMED NEURAL NETWORK FOR MODELING ONE-DIMENSIONAL TRANSIENT TWO-PHASE FLOW WITH CAPILLARY PRESSURE AT VARYING INJECTION RATES

V. A. Galkin[1,2,a], **A. V. Gorelikov**[1,2,b], **M. A. Gorelikov**[3,c]

[1] *Surgut Branch of Scientific Research Institute for System Analysis of the National Research Centre "Kurchatov Institute", Surgut, Russian Federation*

[2] *Surgut State University, Surgut, Russian Federation*

[3] *Scientific Research Institute for System Analysis of the National Research Centre "Kurchatov Institute", Moscow, Russian Federation*

[a] *ORCID: https://orcid.org/0000-0002-9721-4026, val-gal@yandex.ru*

[b] *ORCID: https://orcid.org/0009-0006-8946-7396, gorelikov_av@surgu.ru*

[c] *ORCID: https://orcid.org/0009-0004-6196-5735,* ✍ *gorelikov.matvey@mail.ru*

Abstract: we developed a physics-informed neural network parameterized by injection rate for modeling two-phase flow. We trained the network using the saturation transport equation, initial and boundary conditions, and the integral water balance, without fitting it to observed curves. For validation, we used data generated by the tNavigator reservoir simulator and results obtained with an independently developed finite-volume code. We compared six integral characteristics for three injection regimes. The maximum root-mean-square error of the neural network relative to the tNavigator data, normalized by the range of the corresponding reference series, was 1.5%. At the intermediate injection rate, the neural network reproduced the integral displacement characteristics obtained with tNavigator without retraining.

Keywords: parametric physics-informed neural network, two-phase flow.

Acknowledgements: this study is a part of the government contract No. FNEF-2024-0001 Development and Implementation of Trusted AI Systems Using New Mathematical and Algorithmic Methods; Fast Computing Models on Domestic Hardware awarded to the Kurchatov Institute (1023032100070-3-1.2.1).

This study was enabled by the tNavigator software from IRM.

Cite this article: Galkin V. A., Gorelikov A. V., Gorelikov M. A. Physics-Informed Neural Network for Modeling One-Dimensional Transient Two-Phase Flow with Capillary Pressure at Varying Injection Rates. *Russian Journal of Cybernetics*. 2026;7(3):17–25.

Original article submitted: 26.08.2026. *Revision submitted: 27.09.2026.*

Введение

Актуальность использования физически информированных нейронных сетей (PINN, Physics-Informed Neural Networks) для моделирования процессов фильтрации обусловлена возможностями ускорения получения результатов, построения единого параметризованного приближения семейства решений и решения обратных задач по восстановлению неизвестных свойств пласта [1, 2]. Целью данной работы является разработка и верификация параметрической PINN для моделирования нестационарной двухфазной фильтрации в заданном диапазоне режимов закачки. Анализ результатов PINN проводился путем сопоставления с результатами, полученными в промышленном гидродинамическом симуляторе tNavigator (разработка компании Rock Flow Dynamics) и с независимым численным решением, полученным методом конечного объема (FV) [3].

Постановка задачи и математическая модель

Рассматривается изотермический процесс вытеснения нефти водой в однородном горизонтальном образце пористой среды длиной L, площади сечения A. Координата вдоль образца — x, $(0<x<L)$, t — время $(0<t\leq T)$. Фазы w (вода) и o (нефть) — несмешивающиеся и несжимаемые. Пористость m, абсолютная проницаемость k и динамические вязкости нефти и воды μ_w, μ_o постоянны. Предполагается, что деформация породы, внутренние источники масс и сила тяжести вдоль образца отсутствуют. Учитываются вязкостный перенос фаз, относительные фазовые проницаемости и капиллярное давление. На входе $(x = 0)$ задается постоянный расход закачиваемой воды $Q>0$. Начальная водонасыщенность однородна и равна связанной водонасыщенности S_{wc} [4].

Задача состоит в нахождении поля водонасыщенности $S_w\,(x,t)$ при заданных свойствах среды, фазовых зависимостях и расходе закачки. Давление восстанавливается по полю насыщенности. Объемные коэффициенты фаз $B_\alpha = 1$ $(\alpha\in\{w,o\})$.

Поровый объем V_p и суммарная скорость фильтрации U, м/с, определяются как

$$V_p=mAL, \qquad U=\frac{Q}{A}. \tag{1}$$

Подвижности фаз λ_α, полная подвижность λ_t, доля воды в суммарном потоке (функция Баклея–Леверетта) f_w и коэффициент капиллярного переноса λ_c определяются по формулам:

$$\lambda_\alpha=\frac{kk_{r\alpha}}{\mu_\alpha}, \qquad \lambda_t=\lambda_w+\lambda_o, \qquad f_w=\frac{\lambda_w}{\lambda_t}, \qquad \lambda_c=\frac{\lambda_w\lambda_o}{\lambda_t}. \tag{2}$$

Здесь $\alpha \in \{w,o\}$; $k_{r\alpha}(S_w)$ — относительные фазовые проницаемости.

Водонасыщенность должна удовлетворять условию $S_{wc} \le S_w \le 1-S_{or}$, где S_{or} — остаточная нефтенасыщенность. Диапазон изменения насыщенности $\Delta S>0$, эффективная насыщенность S_e и ее регуляризированное значение $\hat{S}_e$ определяются как

$$\Delta S=1-S_{wc}-S_{or}, \qquad S_e= min\left(max\left(\frac{S_w - S_{wc}}{\Delta S},0\right), 1\right), \quad \hat{S}_e=\max\left(S_e,\varepsilon\right), \quad \varepsilon\in(0,1). \tag{3}$$

Степенные зависимости для относительных фазовых проницаемостей и модель капиллярного давления P_{cow} имеют вид

$$k_{rw}=S_e^{n_w}, \qquad k_{ro}=(1-S_e)^{n_o}, \qquad P_{cow}=P_{c0}\sqrt{\max\left(\hat{S}_e^{-n_c}-1,\ 0\right)}. \tag{4}$$

Капиллярное давление определяется как $P_{cow}=p_o-p_w$, где p_o, p_w — физические давления нефти и воды.

Уравнение для водонасыщенности:

$$m\frac{\partial S_w}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left[U f_w\left(S_w\right)+\lambda_c\left(S_w\right)\frac{\partial P_{cow}\left(S_w\right)}{\partial x}\right]=0. \tag{5}$$

Начальное и граничные условия имеют вид

$$S_w\left(x,0\right)=S_{wc}, \qquad 0\le x\le L, \tag{6}$$

$$w_w\left(0,t\right)=U, \qquad w_o\left(0,t\right)=0, \qquad \lambda_c\frac{\partial P_{cow}}{\partial x}\bigg|_{x=L}=0, \qquad t>0. \tag{7}$$

Здесь w_α — фазовые скорости фильтрации. На входе ($x=0$) задан полный поток воды, поток нефти равен нулю. Граничное условие на выходе ($x=L$) соответствует отсутствию капиллярной составляющей потока.

По найденной водонасыщенности восстанавливаются глобальное давление p_g и его перепад Δp_g:

$$p_g\left(x,t\right)=p_*+\int_x^L\frac{U}{\lambda_t\left(S_w\left(\xi,t\right)\right)}\,d\xi, \quad \Delta p_g\left(t\right)=p_g\left(0,t\right)-p_g\left(L,t\right). \tag{8}$$

Здесь p_* — заданное давление на выходе.

Нефтенасыщенность S_o и фазовые скорости фильтрации w_w, w_o определяются по формулам:

$$S_o=1-S_w, \qquad w_w=U f_w+\lambda_c\frac{\partial P_{cow}}{\partial x}, \qquad w_o=U-w_w. \tag{9}$$

Выходные дебиты q_w,q_o и обводненности f_{out}:

$$q_w\left(t\right)=Q f_w\left(S_w\left(L,t\right)\right), \qquad q_o\left(t\right)=Q-q_w\left(t\right), \qquad f_{\text{out}}\left(t\right)=\frac{q_w\left(t\right)}{Q}. \tag{10}$$

Накопленные объемы добычи фаз V_α и закачки воды V_{inj}:

$$V_\alpha\left(t\right)=\int_0^t q_\alpha\left(\tau\right)\,d\tau, \qquad V_{\text{inj}}\left(t\right)=Qt. \tag{11}$$

PVI (pore volume injected) определяется отношением накопленного объема закачанной воды V_{inj} к поровому объему образца V_p:

$$\text{PVI}\left(t\right)=\frac{V_{\text{inj}}\left(t\right)}{V_p}. \tag{12}$$

Средняя водонасыщенность $\overline{S}_w$ — безразмерная величина, определяемая по формуле:

$$\overline{S}_w\left(t\right)=\frac{1}{L}\int_0^L S_w\left(x,t\right)\,dx. \tag{13}$$

При $B_\alpha = 1$ для точного решения:

$$\overline{S}_w(t) = S_{wc} + \frac{V_{\text{inj}}(t) - V_w(t)}{V_p}. \tag{14}$$

Значения параметров модели приведены в таблице 1. Рассмотрены три режима закачки воды, соответствующие номинальным темпам 0,25; 1,0 и 4,0 поровых объема в сутки (режимы q025, q100 и q400).

Таблица 1

Физические параметры и режимы вытеснения

Величина	Обозначение	Значение
Длина образца	L	0,1 м
Площадь сечения образца	A	$1{,}134 \cdot 10^{-3}$ м^2
Поровый объем	V_p	$2{,}268 \cdot 10^{-5}$ м^3
Пористость	m	0,20
Проницаемость	k	100 мД ($9{,}87 \cdot 10^{-14}$ м^2)
Вязкости воды и нефти	$\mu_w;\ \mu_o$	$5 \cdot 10^{-4}$ Па·с; $5 \cdot 10^{-3}$ Па·с
Связанная водонасыщенность, остаточная нефтенасыщенность	$S_{wc};\ S_{or}$	0,20; 0,20
Показатели относительных проницаемостей	$n_w;\ n_o$	3; 3
Показатель капиллярной кривой	n_c	2
Значения относительных фазовых проницаемостей на границах интервала насыщенности	$k_{rw}(1 - S_{or});\ k_{ro}(S_{wc})$	1; 1
Масштаб капиллярного давления	P_{c0}	$5 \cdot 10^4$ Па
Порог регуляризации	ε	0,02
Давление на выходе	p_*	10^7 Па
q025: расход; длительность	$Q;\ T$	$6{,}56 \cdot 10^{-11}$ м^3/с; 8 сут
q100: расход; длительность	$Q;\ T$	$2{,}63 \cdot 10^{-10}$ м^3/с; 2 сут
q400: расход; длительность	$Q;\ T$	$1{,}05 \cdot 10^{-9}$ м^3/с; 0,5 сут

Расчеты в tNavigator

Расчеты в tNavigator реализуют одномерную слабосжимаемую двухфазную постановку (black-oil без газа). Геометрия, свойства породы и жидкостей, начальные условия и фазовые зависимости соответствуют параметрам, приведенным в табл. 1, и одинаковы для всех режимов закачки. Каждый режим доведен до 2 поровых объемов закачки, что позволяет сопоставлять их, используя единую безразмерную временную координату PVI (12). Решения в tNavigator получены на равномерной расчетной сетке N50 (50 ячеек вдоль образца). В процессе решения для каждого режима закачки в заданные моменты времени (начальный при PVI = 0 и 50 ненулевых точек в диапазоне от 0,02 до 2,00 PVI) сохранялись фазовые дебиты, накопленные объемы добычи и закачки, обводненность, средняя водонасыщенность и эквивалентный перепад давления. Всего для каждого режима получено 51 контрольное состояние, такая отчетная сетка едина для всех режимов. Несмотря на то, что в tNavigator реализована слабосжимаемая модель фильтрации, а независимый конечно-объемный код и PINN используют несжимаемую модель (5)–(7), сопоставление интегральных характеристик вытеснения оказывается возможным. Сжимаемости воды и

породы в модели tNavigator равны 10^{-6} бар$^{-1}$, а характерные перепады давления в рассматриваемых режимах составляют от 10^{-3} до 10^{-1} бар, поэтому относительное изменение объема фаз за счет сжимаемости пренебрежимо мало по сравнению с вкладом фазовых проницаемостей и капиллярного переноса.

Численная реализация конечно-объемного метода

В данной работе рассматривается стандартная реализация численного решения задачи двухфазной фильтрации методом конечных объемов [3, 4]. Используется равномерная по координате x расчетная сетка (N — число конечных объемов). Водонасыщенность S_w вычисляется в центрах объемов, фазовые расходы — на гранях. Адвективный член в уравнении (5) аппроксимируется схемой вверх по потоку. Сумма объемных расходов воды и нефти через каждую грань ячеек равна суммарному расходу закачки Q, что обеспечивает дискретную консервативность оператора переноса. Пространственная дискретизация приводит к системе обыкновенных дифференциальных уравнений относительно вектора сеточных значений водонасыщенности [5]. Интегрирование по времени выполняется неявным методом BDF (обратного дифференцирования) с автоматическим выбором шага и порядка. Для независимой проверки результатов параметрической PINN была написана программа (FV-код) численного решения начально-краевой задачи фильтрации (5)–(7) методом конечного объема. Программа написана на языке Python 3.12.7 с использованием библиотек NumPy 1.26.4 и SciPy 1.13.1 [6].

Параметрическая PINN

Параметризация PINN по расходу закачки Q позволяет строить единое приближение семейства решений, а не обучать отдельную сеть для каждого режима [1, 7]. В PINN реализована модель фильтрации (5)–(7) с замыкающими соотношениями (2)–(4). Вводятся безразмерные входные параметры:

$$\xi = \frac{x}{L}, \quad \tau = \frac{Qt}{V_p}, \quad \rho = \frac{\ln(Q/Q_{025})}{\ln 16}, \tag{15}$$

где Q_{025} — расход режима q025; область изменения входных переменных PINN при обучении задается условиями $0 \le \xi \le 1,\ \ 0 \le \tau \le 2,\ \ 0 \le \rho \le 1$, что соответствует изменению расхода в диапазоне: $Q_{025} \le Q \le 16Q_{025}$.

Полносвязная сеть состоит из шести скрытых слоев по 80 нейронов с гиперболическим тангенсом в качестве функции активации; выходной линейный слой содержит два нейрона и формирует промежуточные переменные сети $a_s = a_s(\xi,\tau,\rho,\theta)$ и $a_c = a_c(\xi,\tau,\rho,\theta)$, где θ — совокупность весов и смещений сети. Входные параметры (15) приводятся к промежутку [-1,1]: $(2\xi - 1,\ \tau - 1,\ 2\rho - 1)$. Через выходы сети задаются насыщенность и безразмерная капиллярная составляющая потока:

$$S_w = S_{wc} + \Delta S \left(1 - e^{-100\tau}\right) \sigma\left(a_S\right), \quad c_\theta = (1 - \xi)\, a_c, \tag{16}$$

где $\sigma\left(a_S\right) = 1/\left(1 + e^{-a_S}\right)$. Представление (16) точно обеспечивает: начальное условие (6), границы изменения водонасыщенности $S_{wc} \le S_w \le 1 - S_{or}$ и равенство $c_\theta = 0$ на выходе ($\xi = 1$), соответствующее граничному условию (7) для капиллярной составляющей потока.

Полный безразмерный водный поток определяется как $w_w/U = f_w(S_w) + c_\theta$, где $c_\theta = c_\theta(\xi,\tau,\rho,\theta)$ — вспомогательная переменная сети. Связь c_θ с капиллярным законом не встроена в архитектуру сети, а обеспечивается минимизацией соответствующей невязки. Введение c_θ как независимой переменной сводит уравнение (5) второго порядка по ξ к системе первого порядка:

$$\begin{cases} \frac{\partial S_w}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial \xi}\left(f_w + c_\theta\right) = 0, \\ c_\theta - \frac{\lambda_c}{UL}\frac{\partial P_{cow}}{\partial \xi} = 0. \end{cases} \tag{17}$$

Производные по ξ и τ в (17) вычисляются автоматическим дифференцированием при фиксированном значении параметра ρ [1].

Обучение основано на минимизации функции потерь $L\left(\theta\right)$:

$$L\left(\theta\right) = \omega_1 L_1 + \omega_2 L_2 + \omega_3 L_3 + \omega_4 L_4 + \omega_5 L_5, \ \ L_i = \left\langle r_i^2 \right\rangle, \tag{18}$$

где ω_i — весовые коэффициенты, L_i — среднеквадратичные невязки. Слагаемые L_1 и L_2 — невязки первого и второго уравнений (17) соответственно; L_3 — невязка граничного условия на входе $f_w + c_\theta = 1$; L_4 и L_5 отвечают дифференциальной и интегральной формам водного баланса (14): в L_4 сопоставляются скорость изменения средней насыщенности и разность входного и выходного потоков, в L_5 — изменение запаса воды и накопленный приток за вычетом добычи. Все невязки вычисляются в безразмерной форме: объемные расходы нормируются на Q, объемы — на поровый объем V_p. Данные tNavigator и конечно-объемного решения в функцию потерь не входят.
Начальное обучение сохраненного состояния параметрической PINN включает 4200 эпох метода Adam [8]. Это состояние не прошло контроль водного баланса: максимальный водный остаток превышал 1% геометрического порового объема $PV_{geo} = mAL$. Поэтому выполнялся второй этап — 2400 эпох дообучения на всей временной области. Веса слагаемых в (18) изменялись с (5, 10, 20, 50, 150) на (5, 10, 20, 75, 250), усиливая контроль дифференциального и интегрального водного баланса. Итоговой версией PINN считался результат второго этапа обучения. После обучения насыщенность определяется непосредственным вычислением сети при заданных координатах и расходе (16). Выходные дебиты и обводненность находятся по (10), накопленные объемы — интегрированием по (11), средняя водонасыщенность — по (13). Давление сетью не рассчитывается, но может быть восстановлено по водонасыщенности. Программная реализация параметрической PINN выполнена на Python 3.12.7 с использованием библиотек PyTorch 2.12.1 [9] и NumPy [6].

Верификация PINN

При верификации параметрической PINN данные tNavigator рассматриваются как синтетические экспериментальные данные, а конечно-объемное решение — как эталонное численное решение. Это позволяет разделить две составляющие погрешности: погрешность, обусловленную принятыми физическими допущениями и выбором упрощенной модели переноса, и погрешность собственно нейросетевой аппроксимации.

Пусть $y_j^{(A)}$ — значение одной из интегральных характеристик в j-м отчетном состоянии ($j = 1,\ldots,M$, $M = 51$, $PVI_1 = 0$). Индекс $A \in \{\text{TN,FV,PINN}\}$ указывает источник данных: tNavigator, FV-код или параметрическая PINN. В качестве меры отклонения используется среднеквадратическая ошибка, нормированная на размах эталонного ряда (NRMSE):

$$\mathrm{NRMSE}_{A,B}(y) = 100\sqrt{\frac{1}{M}\sum_{j=1}^{M}\left(\frac{y_j^{(A)} - y_j^{(B)}}{R_B}\right)^2}, \quad R_B = \max_j y_j^{(B)} - \min_j y_j^{(B)}. \tag{19}$$

Здесь A — проверяемый ряд, B — эталонный ряд. Для сравнений результатов расчетов из разных источников вводятся обозначения: (FV,TN), (PINN,FV), (PINN,TN).

Таблица 2

NRMSE интегральных характеристик вытеснения

Величина	$\mathrm{NRMSE}_{\mathrm{FV,TN}}$ q025	$\mathrm{NRMSE}_{\mathrm{PINN,FV}}$ q025	$\mathrm{NRMSE}_{\mathrm{PINN,TN}}$ q025	$\mathrm{NRMSE}_{\mathrm{PINN,TN}}$ q100	$\mathrm{NRMSE}_{\mathrm{PINN,TN}}$ q400
Нефтяной дебит	1,227	0,478	1,123	1,308	1,182
Водный дебит	1,245	0,492	1,135	1,340	1,215
Обводненность	1,259	0,492	1,152	1,347	1,217
Накопленная нефть	1,096	0,322	1,403	1,196	1,500
Накопленная вода	0,258	0,071	0,323	0,269	0,328
Средняя водонасыщенность	1,116	0,439	1,271	1,185	1,232

В таблице 2 представлены результаты верификации параметрической PINN для трех режимов вытеснения. Данные демонстрируют согласованность результатов расчетов tNavigator,

FV-кода и параметрической PINN по всем шести интегральным характеристикам вытеснения, при этом расхождения составляют не более 1,5 %. Сравнение FV-кода и tNavigator в режиме q025 показывает, что FV-код, в котором реализована несжимаемая модель (5)–(7), воспроизводит данные интегральных характеристик, полученных в tNavigator. Расхождения обусловлены различием в реализованных моделях, использованных численных методах, их программных реализациях и представлениях фазовых зависимостей.

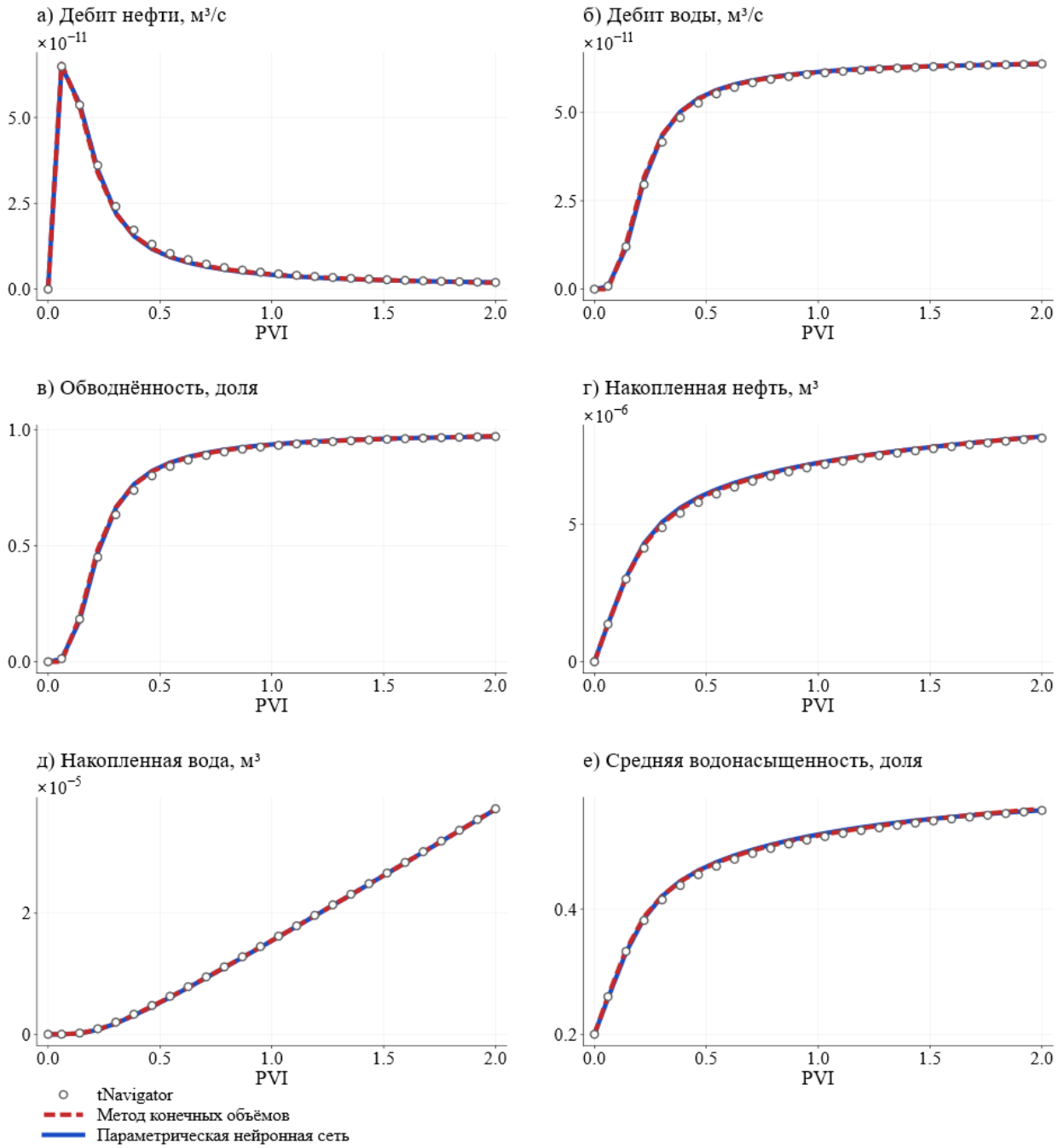

Рис. 1. *Характеристики вытеснения в режиме q025. Незакрашенные кружки — tNavigator; красная пунктирная линия — метод конечных объемов; синяя сплошная линия — параметрическая PINN*

Сопоставление PINN и FV-кода, в которых реализована одна и та же математическая модель (5)–(7), характеризует погрешность самой нейросетевой аппроксимации и показывает, что PINN решает задачу фильтрации для режима q025 не хуже конечно-объемного кода (расхож-

дения менее 0,5 %). Сравнение PINN и tNavigator для трех режимов закачки отражает расхождение, обусловленное, в основном, различием математических моделей. Поскольку данные tNavigator для режима q100 не использовались при обучении и настройке сети, согласование на промежуточном расходе без дообучения и повторного выбора весов подтверждает способность параметрической PINN интерполировать интегральные характеристики внутри рассматриваемого диапазона расходов. При этом уровень ошибок в режиме q100 сопоставим по величине с ошибками для q025 и q400 (таблица 2).

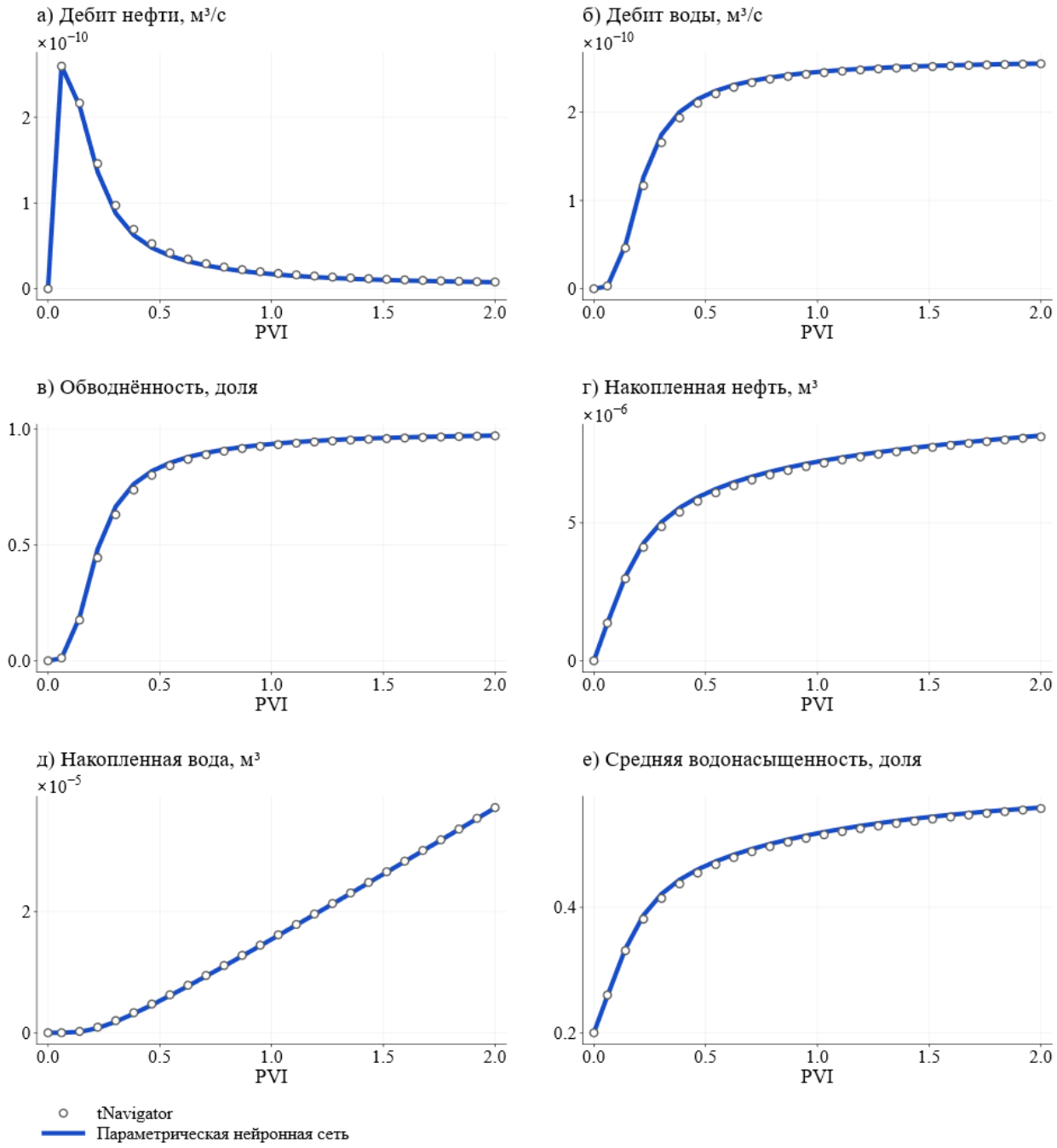

Рис. 2. *Характеристики вытеснения в режиме q100. Незакрашенные кружки — tNavigator; синяя сплошная линия — параметрическая PINN*

На рисунке 1 сопоставлены результаты трех расчетов: tNavigator, FV-кода и параметрической PINN. Все три решения качественно совпадают: кривые визуально перекрываются в масштабе рисунка, что согласуется с данными таблицы 2. На рисунке 2 приведено аналогичное

сопоставление для режима q100. Кривые параметрической PINN и tNavigator визуально совпадают во всем диапазоне PVI.

Заключение

Разработана параметрическая по расходу закачки PINN для решения задачи двухфазной фильтрации. Обучение PINN основано только на физических закономерностях и ограничениях, без подгонки к наблюдаемым кривым. Показано, что погрешность нейросетевой аппроксимации не превышает погрешности независимого конечно-объемного решения относительно данных tNavigator. Результаты верификации на режиме q100, который не использовался при обучении, демонстрируют способность параметрической PINN интерполировать интегральные характеристики без дообучения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Raissi M., Perdikaris P., Karniadakis G. E. Physics-Informed Neural Networks: A Deep Learning Framework for Solving Forward and Inverse Problems Involving Nonlinear Partial Differential Equations. *Journal of Computational Physics*. 2019;378:686–707. DOI: 10.1016/j.jcp.2018.10.045.
2. Chakraborty A., Rabinovich A., Moreno Z. Physics-Informed Neural Networks for Modeling Two-Phase Steady State Flow with Capillary Heterogeneity at Varying Flow Conditions. *Advances in Water Resources*. 2024;185:104639. DOI: 10.1016/j.advwatres.2024.104639.
3. Eymard R., Gallouët T., Herbin R. Finite Volume Methods. *Handbook of Numerical Analysis* / Eds.: Ciarlet P. G., Lions J. L. Amsterdam: Elsevier; 2000;7:713–1018. DOI: 10.1016/S1570-8659(0)07005-8.
4. Азиз Х., Сеттари Э. *Математическое моделирование пластовых систем*. Москва–Ижевск: Институт компьютерных исследований; 2004. 416 с.
5. Chen Z., Huan G., Ma Y. *Computational Methods for Multiphase Flows in Porous Media*. Philadelphia: SIAM; 2006. 531 p. DOI: 10.1137/1.9780898718942.
6. *NumPy and SciPy Documentation*. Режим доступа: https://docs.scipy.org/doc/.
7. Sun L., Gao H., Pan S., Wang J.-X. Surrogate Modeling for Fluid Flows Based on Physics-Constrained Deep Learning without Simulation Data. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2020;361:112732. DOI: 10.1016/j.cma.2019.112732.
8. Kingma D. P., Ba J. Adam: A Method for Stochastic Optimization. *3rd International Conference on Learning Representations (ICLR)*. 2015. arXiv:1412.6980. Режим доступа: https://arxiv.org/abs/1412.6980.
9. *PyTorch 2.12.1. Computer Software. PyTorch Foundation*. 2026. Режим доступа: https://github.com/pytorch/pytorch/releases/tag/v2.12.1.