МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ПНЕВМОГИДРАВЛИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВАХ СИСТЕМ ПОДРЕССОРИВАНИЯ НА ОСНОВЕ СОПРЯЖЕННОЙ ГИДРОДИНАМИКО-ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

А. В. Титова[а], **А. И. Карпов**[б]

Удмуртский федеральный исследовательский центр Уральского отделения Российской академии наук, г. Ижевск, Российская Федерация

[а] *ORCID: http://orcid.org/0000-0001-7836-729X,* ✍ *titovaspace@ya.ru*

[б] *ORCID: http://orcid.org/0000-0001-8380-1599, karpov@udman.ru*

Аннотация: представлены математическая модель и результаты численного исследования переходных процессов в пневмогидравлических устройствах систем подрессоривания транспортных машин. Модель основана на сопряжении нульмерной термодинамической модели газовой полости и уравнения динамики поршня с осесимметричными нестационарными уравнениями Навье–Стокса для вязкой несжимаемой жидкости, заполняющей рабочие полости устройства. Уравнения гидродинамики решаются методом конечных объемов по неявной схеме; согласование полей давления и скорости выполняется процедурой неявного расщепления по операторам. Достоверность модели подтверждена сравнением с экспериментальными данными и с результатами расчетов по нульмерной схеме. Выполнено параметрическое исследование влияния радиуса дроссельного отверстия, начального объема газовой полости, а также вязкости и температуры рабочей жидкости на характер переходного процесса при ступенчатом нагружении. Показано, что радиус дросселя является определяющим параметром демпфирования: при малых сечениях процесс становится апериодическим и сопровождается кратковременным пиком давления, аналогичным локальному гидравлическому удару, а при больших сечениях возникают слабозатухающие колебания. Установлено, что начальный объем газа регулирует эквивалентную жесткость газовой пружины и конечный ход поршня, а изменение температуры жидкости в диапазоне условий эксплуатации смещает упругодемпфирующую характеристику устройства вследствие изменения вязкости на несколько порядков. Сформулированы практические рекомендации по выбору параметров дроссельного узла и рабочей жидкости при проектировании систем подрессоривания.

Ключевые слова: математическое моделирование, сопряженная задача, уравнения Навье–Стокса, метод конечных объемов, пневмогидравлическое устройство, переходный процесс.

Для цитирования: Титова А. В., Карпов А. И. Математическое моделирование переходных процессов в пневмогидравлических устройствах систем подрессоривания на основе сопряженной гидродинамико-термодинамической модели. *Успехи кибернетики.* 2026;7(3):148–155.

Поступила в редакцию: 13.07.2026. *В окончательном варианте: 20.09.2026.*

SIMULATION OF TRANSIENT PROCESSES IN PNEUMOHYDRAULIC SUSPENSIONS USING A COUPLED HYDRODYNAMIC AND THERMODYNAMIC MODEL

A. V. Titova[a], **A. I. Karpov**[b]

Udmurt Federal Research Center, Ural Branch, Russian Academy of Sciences, Izhevsk, Russian Federation

[a] *ORCID: http://orcid.org/0000-0001-7836-729X,* ✍ *titovaspace@ya.ru*

[b] *ORCID: http://orcid.org/0000-0001-8380-1599, karpov@udman.ru*

Abstract: we developed a simulation model and performed a numerical simulation of transient processes in pneumohydraulic devices used in vehicle suspension systems. The model coupled a zero-dimensional thermodynamic model of the gas chamber and the piston equation of motion with axisymmetric unsteady Navier–Stokes equations for a viscous incompressible fluid filling the working chambers. We solved the hydrodynamic equations using the finite volume method with an implicit time-stepping scheme and treated the pressure–velocity coupling using an implicit operator-splitting procedure. We validated the model against experimental data and the results of a zero-dimensional

model. We then performed a parametric study to assess the effects of the throttle-orifice radius, initial gas-chamber volume, and fluid viscosity and temperature on the transient response to step loading. We found that the throttle-orifice radius is the main damping parameter: small orifices produce an aperiodic response with a short-lived pressure peak similar to a local hydraulic shock, whereas large orifices produce weakly damped oscillations. The initial gas volume determines the effective stiffness of the gas spring and the final piston displacement, while changes in fluid temperature over the operating range alter the device's stiffness–damping characteristics because of changes in fluid viscosity spanning several orders of magnitude. Based on these results, we formulated practical recommendations for selecting throttle-unit parameters and working fluids for suspension-system design.

Keywords: mathematical modeling, coupled problem, Navier–Stokes equations, finite volume method, pneumohydraulic device, transient process.

Cite this article: Titova A. V., Karpov A. I. Simulation of Transient Processes in Pneumohydraulic Suspensions Using a Coupled Hydrodynamic and Thermodynamic Model. *Russian Journal of Cybernetics*. 2026;7(3):148–155.

Original article submitted: 13.07.2026. *Revision submitted: 20.09.2026.*

Введение

Пневмогидравлические устройства (ПГУ) широко применяются в системах подрессоривания большегрузных колесных, гусеничных и специальных транспортных машин в качестве компактных узлов, объединяющих функции упругого звена и демпфера [1, 2]. Газовая полость обеспечивает нелинейную прогрессивную упругую характеристику, а перетекание рабочей жидкости через дроссельные отверстия – диссипацию энергии колебаний. Работа таких устройств основана на взаимосвязанных гидротермодинамических процессах: дросселировании вязкой жидкости, сжатии газа, движении поршня и теплообмене между фазами.

На ранних стадиях проектирования традиционно используются нульмерные (сосредоточенные) модели, в которых рабочие полости описываются осредненными давлениями, объемами и расходами [3, 4]. Такие модели удобны для расчета статической упругой характеристики и быстрого перебора вариантов конструкции [5]. Однако они не воспроизводят пространственную структуру течения: образование вихрей, отрыв потока на кромках дросселя, инерцию столба жидкости и связанные с ней локальные пики давления. Развитие вычислительной гидродинамики сделало возможным прямое численное моделирование указанных процессов [6–8].

В работах [9–11] предложена и верифицирована методика расчета динамических характеристик ПГУ на основе сопряжения гидродинамической модели жидкой фазы с термодинамической моделью газовой полости и уравнением движения поршня. Настоящая статья развивает данное направление: с использованием сопряженной модели выполнено параметрическое исследование влияния конструкционных (радиус дроссельного отверстия, начальный объем газовой полости) и эксплуатационных (вязкость и температура рабочей жидкости) факторов на переходные процессы в ПГУ, а также сформулированы инженерные рекомендации по применению результатов расчета при проектировании систем подрессоривания.

Математическая модель и численный метод

Расчетная область (рис. 1) соответствует пневмогидравлическому амортизатору, включающему гидроцилиндр с подвижным поршнем P, дроссельное сечение S_{12} и газовую полость V_3, отделенную от жидкости гибкой непроницаемой диафрагмой D. При приложении внешней силы F поршень вытесняет рабочую жидкость из полости V_1 через дроссель в полость V_2; перетекание жидкости изменяет объем газовой полости, а сжатый газ создает восстанавливающее усилие. Задача рассматривается в осесимметричной постановке в координатах (x, r); жидкость считается вязкой и несжимаемой, сжатие газа – адиабатическим.

Течение жидкой фазы описывается нестационарными уравнениями Навье–Стокса (1)–(3), движение поршня – уравнением динамики (4), газовая полость – нульмерной термодинамической моделью адиабатического сжатия (5):

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right)\right) \quad (1)$$

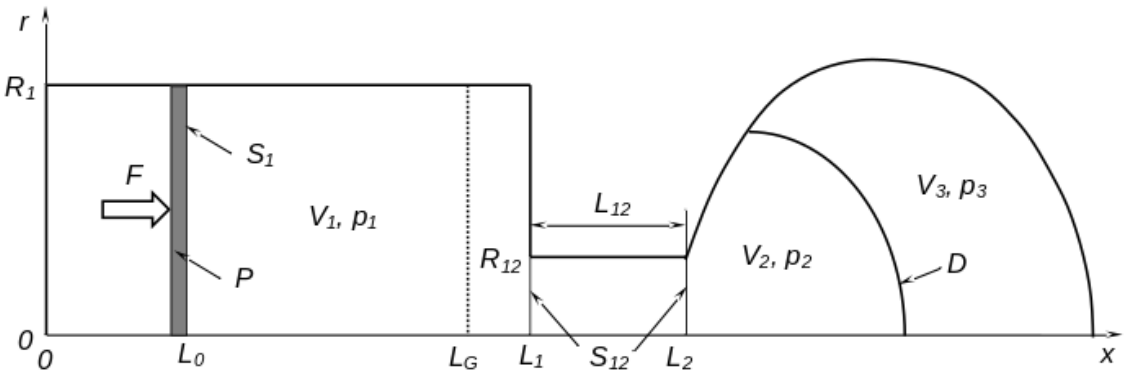


Рис. 1. *Геометрия осесимметричной расчетной области: F – внешняя сила; P – поршень; V_1, V_2 – гидравлические полости; V_3 – газовая полость; S_{12} (R_{12}) – дроссельное сечение; D – диафрагма*

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r} + \nu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial v}{\partial r}\right) - \frac{v}{r^2}\right) \tag{2}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r}\frac{\partial (rv)}{\partial r} = 0 \tag{3}$$

$$m\frac{d^2 L_0}{dt^2} = F - p_1 S_1 \tag{4}$$

$$p_3 V_3^{\gamma} = \text{const}, \tag{5}$$

где u, v – осевая и радиальная компоненты скорости; ρ – плотность; v – кинематическая вязкость жидкости; m – масса поршня; L_0 – координата поршня; S_1 – площадь поршня; p_1 – давление в запоршневой полости; p_3, V_3 – давление и объем газа; γ – показатель адиабаты. Граничные условия: условие симметрии на оси, условие прилипания на неподвижных стенках и на поршне, кинематическое согласование скорости жидкости со скоростью подвижных границ.

Уравнения (1)–(3) дискретизируются методом конечных объемов на неразнесенной сетке с комбинированной аппроксимацией конвективных членов (схема «центральные разности – против потока») и неявной схемой интегрирования по времени; согласование полей давления и скорости выполняется алгоритмом PISO [12, 13]. Движение поршня и изменение объема газовой полости учитываются перестроением расчетной сетки на каждом шаге по времени. Выполняется сгущение сетки в зоне дросселя и в пристеночных областях; проведена проверка сеточной сходимости. Базовые параметры модели, соответствующие натурному амортизатору [5], приведены в табл. 1.

Таблица 1

Базовые параметры расчетной модели [5]

Параметр	**Значение**	**Ед. изм.**
Внешняя нагрузка	40	кН
Радиус рабочего гидроцилиндра	0,055	м
Начальный объем газовой полости	0,00357	$м^3$
Масса поршня	10,5	кг
Начальное давление	3,57	МПа
Плотность жидкости	850	$кг/м^3$
Коэффициент расхода	0,7	–

Проверка достоверности модели

На рис. 2 сопоставлены зависимости перемещения поршня от времени, рассчитанные по нульмерной и сопряженной моделям при ступенчатом нагружении силой $F = 40$ кН, с экспериментально измеренным конечным статическим положением [5]. Обе модели выходят на одно

и то же равновесное положение, согласующееся с экспериментом, однако сопряженная модель демонстрирует существенно более быстрое затухание колебаний. Различие объясняется тем, что в сопряженной постановке автоматически учитываются дополнительные механизмы диссипации энергии: вязкое трение в пограничных слоях, формирование вихревых структур за дросселем и инерция жидкости в каналах. Нульмерная модель, использующая квазистационарную зависимость расхода от перепада давления, эти эффекты не воспроизводит.

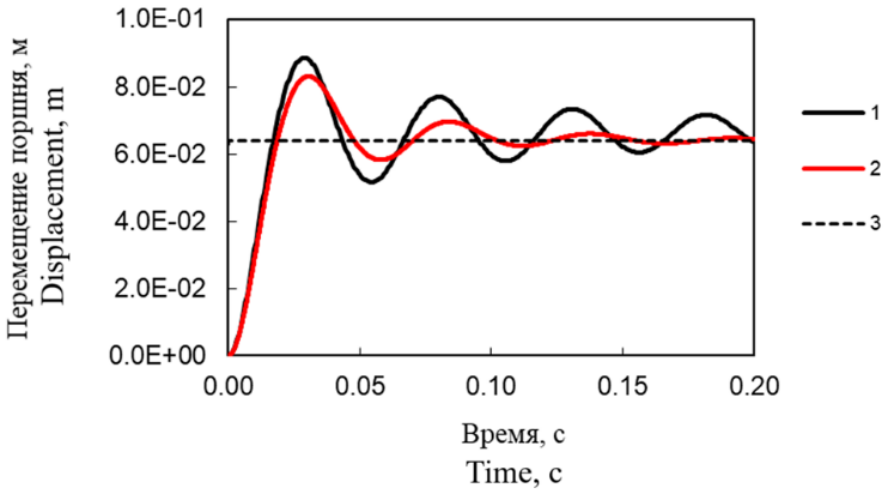


Рис. 2. *Динамика перемещения поршня при $F = 40$ кН: 1 – нульмерная модель; 2 – сопряженная модель; 3 – эксперимент (конечное положение) [5]*

Влияние радиуса дроссельного отверстия

Радиус дроссельного отверстия является главным конструкционным параметром, определяющим интенсивность демпфирования. На рис. 3 представлены зависимости перемещения поршня от времени для радиусов дросселя от 0,004 до 0,024 м (номер кривой соответствует радиусу отверстия в миллиметрах). Для малых радиусов процесс апериодический: поршень плавно, без перерегулирования выходит на положение равновесия, что свидетельствует о передемпфировании системы. С увеличением радиуса процесс становится колебательным, амплитуда и число колебаний возрастают.

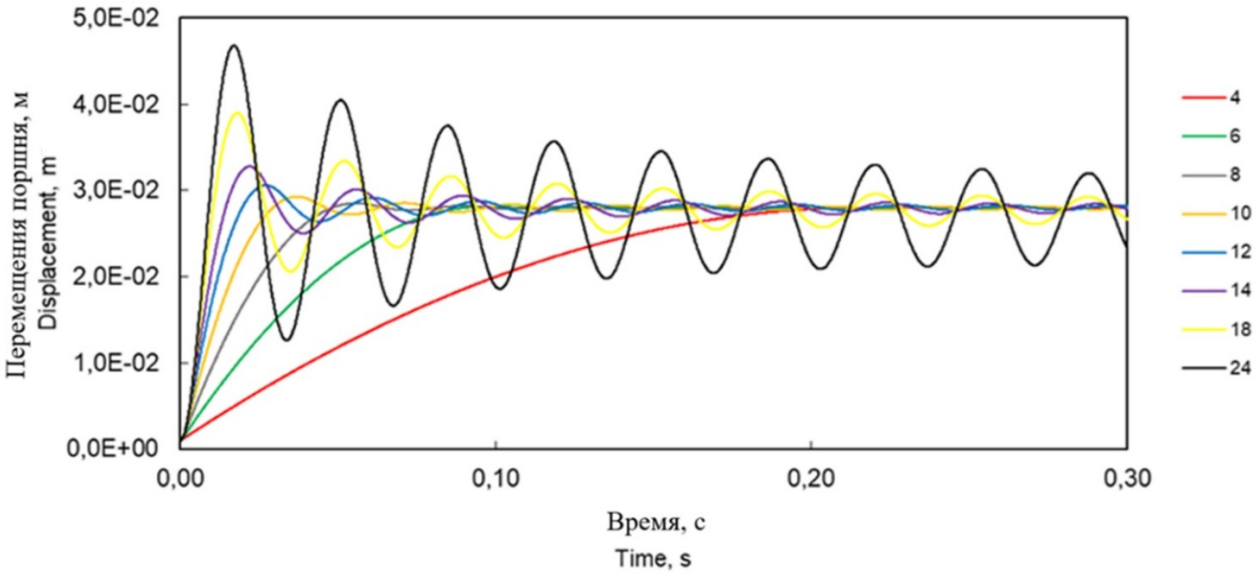


Рис. 3. *Влияние радиуса дросселя на перемещение поршня (номер кривой – радиус отверстия в мм)*

Практически важный эффект обнаружен при чрезмерном заужении дросселя. В первые мгновения после приложения нагрузки жидкость, обладающая массой, не может мгновенно разогнаться в узком отверстии; инерция столба жидкости создает кратковременное, но интенсивное сопротивление сжатию, вызывая пик давления в запоршневой полости – эффект, аналогичный локальному гидравлическому удару. Чрезмерное уменьшение сечения дросселя в попытке повысить демпфирование может, таким образом, приводить к опасным пиковым нагрузкам на элементы конструкции. По результатам серии расчетов рациональный диапазон радиусов дросселя для рассматриваемой схемы составляет 0,014–0,018 м: в этом интервале достигается компромисс между быстродействием и отсутствием значительного перерегулирования.

Влияние начального объема газовой полости

Начальный объем газовой полости определяет эквивалентную жесткость «газовой пружины». На рис. 4 приведены переходные процессы для значений начального объема от 0,003 до 0,00357 м^3. Увеличение объема приводит к большему конечному перемещению поршня при той же нагрузке: для достижения равновесного давления в большем объеме требуется большее относительное сжатие газа. Уменьшение объема, напротив, делает систему жестче и сокращает ход поршня. В инженерной практике данный параметр может рассматриваться как средство регулирования статической жесткости подвески без изменения геометрии дроссельного узла.

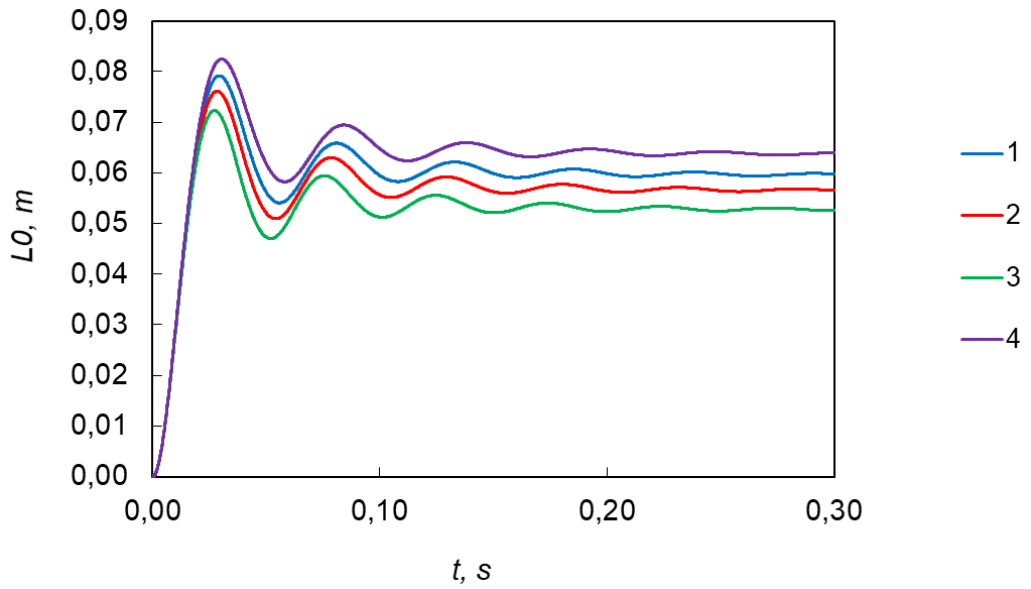


Рис. 4. *Влияние начального объема газовой полости на перемещение поршня: 1 – 0,00336 м^3; 2 – 0,0032 м^3; 3 – 0,003 м^3; 4 – 0,00357 м^3*

Влияние вязкости и температуры рабочей жидкости

Вязкость жидкости определяет величину диссипативных потерь. Расчеты в диапазоне динамической вязкости от 0,01 до 1,0 Па·с (рис. 5) демонстрируют переход от слабодемпфированных колебаний к апериодическому режиму. При низкой вязкости гидравлическое сопротивление мало, и система совершает многочисленные колебания; при высокой вязкости силы трения доминируют, обеспечивая медленный монотонный отклик без перерегулирования.

Вязкость не является постоянной эксплуатационной характеристикой: она резко зависит от температуры. В табл. 1 приведены справочные данные для рабочих жидкостей Т-750 и Dexron III [14], а на рис. 6 – соответствующие температурные зависимости. При охлаждении от плюс 40 до минус 40 °С динамическая вязкость возрастает более чем на два порядка (примерно в 80–150 раз), а во всем диапазоне температур эксплуатации – почти на три порядка.

Расчеты, выполненные с учетом температурного изменения свойств жидкости (рис. 7), показывают значительный дрейф упругодемпфирующей характеристики устройства. При низких

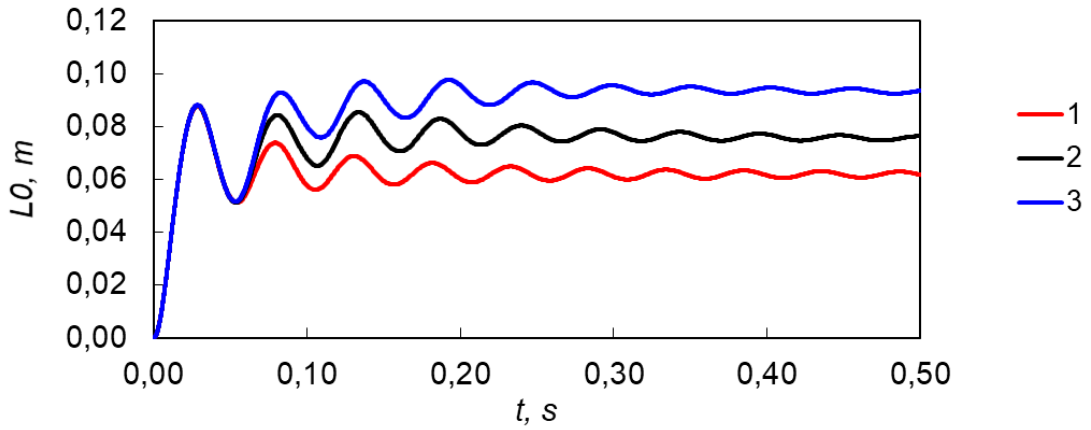


Рис. 5. *Влияние динамической вязкости рабочей жидкости на перемещение поршня: 1 – 1,0 Па·с; 2 – 0,1 Па·с; 3 – 0,01 Па·с*

Таблица 2

Справочные значения вязкости и плотности рабочих жидкостей [14]

T, °C	μ (T-750), Па·с	ρ (T-750), кг/м^3	μ (Dexron III), Па·с	ρ (Dexron III), кг/м^3
−40	1,4025	935	2,355	942
−20	0,3716	929	0,7432	929
0	0,03915	870	0,178	890
+20	0,0174	870	0,05298	883
+40	0,00946	860	0,03045	870
+60	0,004439	807	0,01694	847
+80	0,002639	754	0,010008	834
+100	0,001852	741	0,005865	781

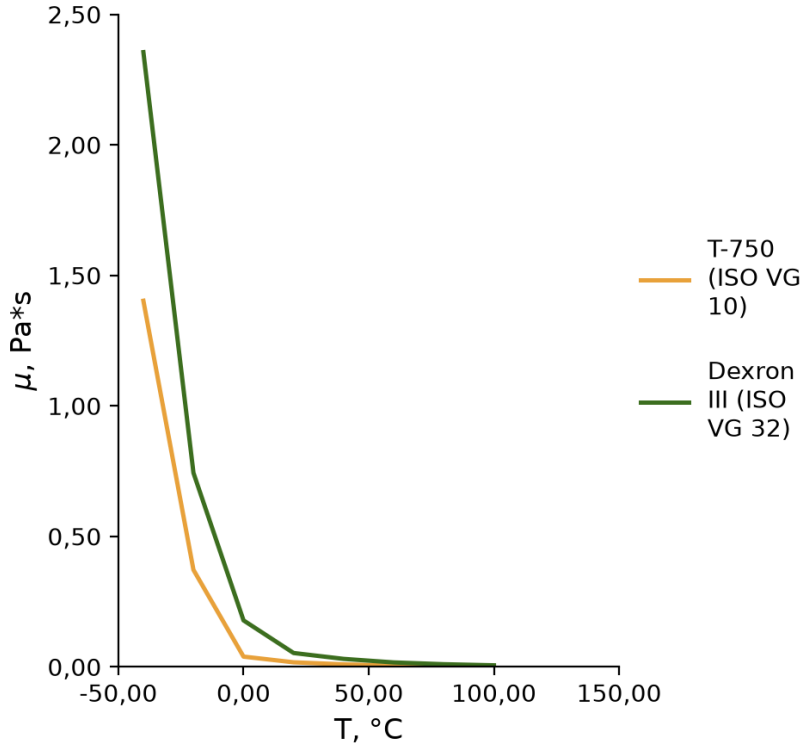


Рис. 6. *Зависимость динамической вязкости рабочих жидкостей от температуры*

температурах рост вязкости приводит к чрезмерному демпфированию: подвеска становится жесткой и передает пиковые усилия на корпус машины. При высоких температурах падение вязкости, напротив, способно вызвать потерю демпфирующих свойств и раскачку подрессоренной массы. Один и тот же дроссельный узел, следовательно, может работать в качественно разных режимах в зависимости от температуры эксплуатации.

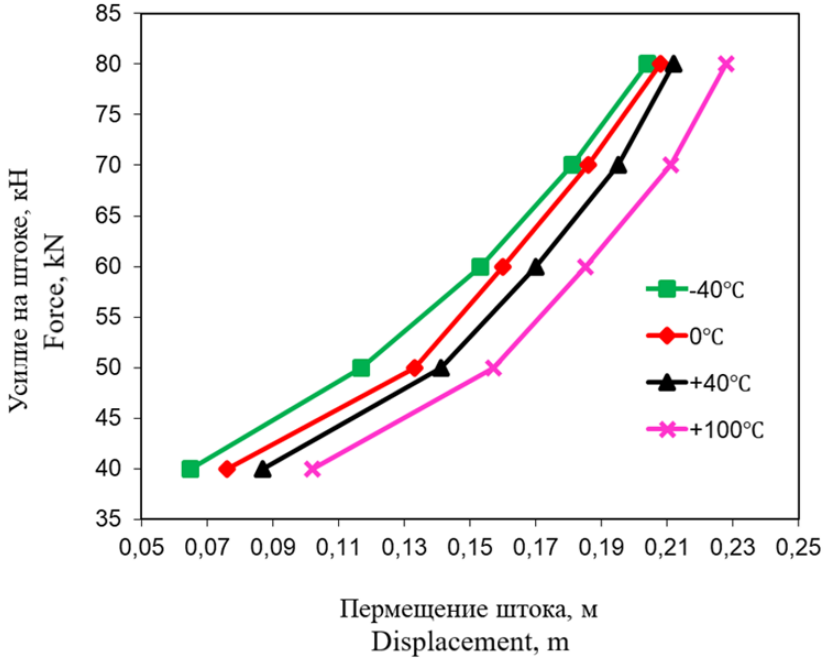


Рис. 7. *Влияние температуры на упругую характеристику устройства через изменение свойств рабочей жидкости*

Обсуждение и практические рекомендации

Полученные результаты показывают, что конструкционные и эксплуатационные параметры ПГУ нельзя рассматривать изолированно: радиус дросселя задает базовый уровень гидравлического сопротивления, начальный объем газа – статическую жесткость, а вязкость и температура жидкости смещают режим работы демпфера в широких пределах. Главное преимущество сопряженного подхода перед нульмерным расчетом состоит в возможности анализировать физическую структуру переходного процесса: зоны ускорения потока, области рециркуляции и локальные пики давления.

Для инженерной практики целесообразна двухуровневая схема расчета. На первом этапе нульмерная модель применяется для концептуального проектирования: предварительного выбора объема газа, рабочего хода и диапазона дроссельных сечений. На втором этапе отобранные варианты анализируются с помощью сопряженной модели, которая необходима при проектировании дроссельного узла, анализе ударных режимов, оценке риска кавитации и проверке вариантов, близких к предельным по давлению или температуре.

Оптимизацию дросселя следует выполнять как поиск компромисса между временем выхода на равновесие, допустимым перерегулированием и отсутствием кратковременных пиков давления. Следует избегать острых входных кромок и резких геометрических переходов, способствующих отрыву потока и вихреобразованию. При выборе рабочей жидкости необходимо учитывать вязкостно-температурную характеристику в целом, а не только вязкость при стандартной температуре; проверочные расчеты должны выполняться для крайних температур эксплуатации.

Ограничением исследования является то, что расчеты выполнены для конкретной базовой схемы при ступенчатом нагружении. Для окончательного проектирования необходимо учитывать реальный спектр дорожных воздействий, тепловой режим длительной работы, старение жидкости и возможную кавитацию.

Заключение

Построена сопряженная гидродинамико-термодинамическая модель переходных процессов в пневмогидравлических устройствах систем подрессоривания, и реализован соответствующий вычислительный алгоритм. Сопоставление с экспериментальными данными и с нульмерной моделью показало, что сопряженная постановка воспроизводит более быстрое и физически обоснованное затухание колебаний за счет учета вязкого трения, вихреобразования и инерции жидкости.

Параметрическое исследование выявило определяющую роль радиуса дроссельного отверстия: его чрезмерное уменьшение вызывает кратковременные пики давления, аналогичные локальному гидравлическому удару, а рациональный диапазон для рассмотренной схемы составляет 0,014–0,018 м. Начальный объем газовой полости регулирует эквивалентную жесткость и конечный ход поршня. Вязкость и температура рабочей жидкости существенно меняют характер переходного процесса, что необходимо учитывать при выборе жидкости и настройке демпфера. Полученные результаты могут использоваться при проектировании систем подрессоривания большегрузных транспортных машин.

ЛИТЕРАТУРА

1. Певзнер Я. М., Горелик А. М. *Пневматические и гидропневматические подвески*. М.: Машгиз; 1963. 320 с.
2. Bauer W. *Hydropneumatic Suspension Systems*. 2nd ed. Berlin, Heidelberg: Springer; 2021. 306 p.
3. Михайлин А. А., Маринкин А. П. Расчет гидропневматической подвески. *Автомобильная промышленность*. 1999;2:17–19.
4. Ципилев А. А. *Методы определения расчетных характеристик и оценки тепловой нагруженности пневмогидравлических устройств систем подрессоривания быстроходных гусеничных машин на этапе проектирования*: дис. ... канд. техн. наук. М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана; 2017. 211 с.
5. Сарач Е. Б., Ципилев А. А. Исследование внутренней динамики пневмогидравлических устройств. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*. 2017;2:19–29. DOI: 10.18698/0536-1044-2017-2-19-29.
6. Yang L., Yang F., Xia M. B. Modeling and Dynamic Analysis of a Novel Hydro-Pneumatic Suspension System. *Applied Mechanics and Materials*. 2015;772:188–191. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMM.772.188.
7. Wu W., Tang H., Zhang S. et al. High-Precision Dynamics Characteristic Modeling Method Research Considering the Influence Factors of Hydropneumatic Suspension. *Shock and Vibration*. 2020;2020(6):1–21.
8. Li R., Yang F., Lin D. Design, Experimental Modeling and Analysis of Compact Double-Gas-Chamber Hydro-Pneumatic Strut. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2022;172:109015.
9. Титова А. В., Карпов А. И. Расчет упругой характеристики пневмогидравлического амортизатора гусеничной машины. *Химическая физика и мезоскопия*. 2025;27(3):283–290. DOI: 10.62669/17270227.2025.3.27.
10. Титова А. В., Карпов А. И. Опыт применения программного комплекса FlowVision для расчета характеристик гидропневматических подвесок большегрузных транспортных средств. *Химическая физика и мезоскопия*. 2025;27(1):94–103. DOI: 10.62669/17270227.2025.1.10.
11. Karpov A. I., Titova A. V., Shaklein A. A. CFD Approach to the Prediction of the Hydropneumatic Suspension Dynamical Behavior. *Russian Journal of Nonlinear Dynamics* (в печати).
12. Patankar S. V. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. Washington: Hemisphere; 1980. 197 p.
13. Issa R. I. Solution of the Implicitly Discretised Fluid Flow Equations by Operator-Splitting. *Journal of Computational Physics*. 1986;62(1):40–65. DOI: 10.1016/0021-9991(86)90099-9.
14. ISO 3448:1992. *Industrial Liquid Lubricants – ISO Viscosity Classification*. Geneva: International Organization for Standardization; 1992. Режим доступа: https://www.iso.org/standard/8774.html.