

DOI: 10.51790/2712-9942-2021-2-2-6

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ДЕФОРМИРУЕМОЙ СРЕДЕ С ПРИМЕНЕНИЕМ СЕТОЧНО-ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОГО МЕТОДА

И. Б. Петров

Московский физико-технический институт, г. Долгопрудный, Московская обл., Российская Федерация
ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-3978-9072>, petrov@mipt.ru

Аннотация: существует значительное количество прикладных задач, для решения которых применяется математическое моделирование динамических процессов в деформируемых средах. К таким задачам относят моделирование распространения упругих волн в геологических средах, в том числе с учетом ледовых образований, их рассеяния на зонах трещиноватости. Актуальность этих постановок обусловлена важностью решения обратных задач сейсмической разведки, обработки данных сейсмической разведки с целью уточнения запасов углеводородов и определения расположения углеводородов и других полезных ископаемых. Поэтому приобретает важность разработка высокоточных численных методов, позволяющих моделировать упругие волны в деформируемых средах. Одним из этих методов является сеточно-характеристический численный метод, примененный в данной работе. Этот численный метод применяется для решения прямых задач, то есть для расчета распространения упругих волн при известных параметрах рассматриваемой среды. А для решения обратной задачи по восстановлению параметров геологической среды по данным сейсмической разведки можно применять нейронные сети, для обучения которых можно использовать многократное решение прямых задач сеточно-характеристическим методом. В данной работе приведены примеры решения разнообразных прямых задач по распространению упругих волн в неоднородных геологических средах, в том числе в зоне Арктики, а также представлена постановка задачи по обучению нейронных сетей и графики, показывающие эффективность их обучения с использованием двух различных подходов.

Ключевые слова: вычислительные эксперименты, компьютерное моделирование, сеточно-характеристический метод, сейсмическая разведка, упругие волны.

Благодарности: работа выполнена в рамках проекта Российского научного фонда № 19-11-00023.

Для цитирования: Петров И. Б. Математическое моделирование динамических процессов в деформируемой среде с применением сеточно-характеристического метода. *Успехи кибернетики*. 2021;2(2):74–81. DOI: 10.51790/2712-9942-2021-2-2-6.

SIMULATION OF DYNAMIC PROCESSES IN DEFORMABLE MEDIUM WITH THE GRID-CHARACTERISTIC APPROACH

Igor B. Petrov

Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny, Moscow Region, Russian Federation
ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-3978-9072>, petrov@mipt.ru

Abstract: many problems can be solved with the simulation of dynamic processes in deformable media. They are the simulation of elastic wave propagation in rocks including ice formations, and wave scattering on rock-fracture zones. Such studies are important for solving inverse problems of seismic exploration and seismic data processing to get a better estimation of hydrocarbon reserves, locate hydrocarbons and other minerals. Therefore, it is necessary to develop high-precision numerical methods used to simulate elastic waves in deformable media. One of such methods is the grid-characteristic approach used in this work. It is suitable for solving direct problems, i.e., to analyze the propagation of elastic waves in a medium with known properties. Neural networks can be applied to solve the inverse problem: reconstructing the geology from seismic survey data. Multiple solving of direct problems by the grid-characteristic approach is used for network training. This paper contains some examples of solving a range of direct problems on the elastic wave propagation in heterogeneous rocks, also in the Arctic zone, and the problem statement for training neural networks and graphs is proposed to demonstrate the efficiency of training with two approaches.

Keywords: computational experiments, computer simulation, grid-characteristic approach, seismic exploration, elastic waves.

Acknowledgements: this work is supported by the Russian Science Foundation, project No. 19-11-00023.

Cite this article: Petrov I. B. Simulation of Dynamic Processes in Deformable Medium with the Grid-Characteristic Approach. *Russian Journal of Cybernetics*. 2021;2(2):74–81. DOI: 10.51790/2712-9942-2021-2-2-6.

Введение

Сеточно-характеристический численный метод успешно применяется для решения различных задач по моделированию распространения упругих волн в деформируемых средах. К ним можно отнести задачи сейсмической разведки [1–3], в том числе пористых сред [4], ультразвуковой медицины [5], сейсмостойкости сооружений [6, 7], безопасности железнодорожных путей [8], исследования решений краевых задач упругого и акустического волновых уравнений [9].

Были разработаны различные модификации сеточно-характеристического метода: на структурированных равномерных сетках [6–8], структурированных гексаэдральных сетках [5], треугольных и тетраэдральных сетках [10], с явным выделением границ раздела сред [5, 11] и с заданием параметров упругих сред в каждом узле расчетной сетки [2], с использованием компактных разностных схем [12] и высокопроизводительных вычислительных систем [11].

В данной работе рассматриваются двумерные и трехмерные постановки задач, структурированные равномерные расчетные сетки, явное выделение границ раздела сред и схемы со сквозным счетом и заданием упругих параметров в каждом узле.

Математическая модель

Рассматривается гиперболическая система уравнений, описывающая распространение упругих волн:

$$\rho \mathbf{v}_t = (\nabla \cdot \mathbf{T})^T, \quad (1)$$

$$\mathbf{T}_t = \lambda (\nabla \cdot \mathbf{v}) \mathbf{I} + \mu (\nabla \otimes \mathbf{v} + (\nabla \otimes \mathbf{v})^T), \quad (2)$$

где ρ — плотность, \mathbf{T} — симметричный тензор напряжений Коши второго ранга, \mathbf{v} — скорость (производная смещения по времени), λ, μ — параметры Ламе, связанные следующим образом со скоростями распространения продольных и поперечных волн:

$$c_p = \left(\rho^{-1} (\lambda + 2\mu) \right)^{1/2}, \quad (3)$$

$$c_s = \left(\rho^{-1} \mu \right)^{1/2}. \quad (4)$$

Система уравнений (1), (2) может быть представлена в следующем виде в трехмерном случае:

$$\mathbf{q}_t + \mathbf{A}_1 \mathbf{q}_x + \mathbf{A}_2 \mathbf{q}_y + \mathbf{A}_3 \mathbf{q}_z = 0. \quad (5)$$

Далее проводится расщепление по пространственным координатам и получаются системы уравнений вида:

$$\mathbf{q}_t + \mathbf{A}_1 \mathbf{q}_x = 0. \quad (6)$$

С помощью представления матрицы $\mathbf{A}_1 = (\mathbf{\Omega}_1)^{-1} \mathbf{\Lambda}_1 \mathbf{\Omega}_1$ систему уравнений (6) можно свести к системе независимых уравнений переноса, каждое из которых можно решить с помощью соответствующей разностной схемы и совершить обратный переход к вектор-функции неизвестных \mathbf{q} .

Численное решение задач сейсмической разведки

Распространение сейсмических волн моделировалось в 2D-модели Marmousi2. В целом, глубина составляет 3,5 км, а ширина — 17 км. Модель содержит 199 поверхностей разрыва сред, что делает ее более сложной, чем ее предшественник (Marmousi). Дополнительно водный слой увеличен до 450 метров. Эта модель представляет собой упругую модель с плотностью в диапазоне 1010–2627 кг/м³,

скоростью продольных волн в диапазоне 1028–4700 м/с и скоростью поперечных волн в диапазоне 1–2802 м/с. Слой воды описывался очень низким значением скорости поперечных волн. Использовалась прямоугольная сетка с пространственными шагами 5 м × 5 м, 3401 × 701 узлов. В каждом узле хранилось три упругих параметра (плотность и скорости продольных и поперечных волн). Для выполнения условия устойчивости шаг по времени равнялся 1 мс, всего было выполнено 5000 шагов по времени для моделирования 5 секунд физического времени распространения упругих волн. Для решения независимых уравнений переноса на широком шаблоне была применена схема Русанова. Волновые поля в разные моменты времени приведены на рисунках 1, 2.

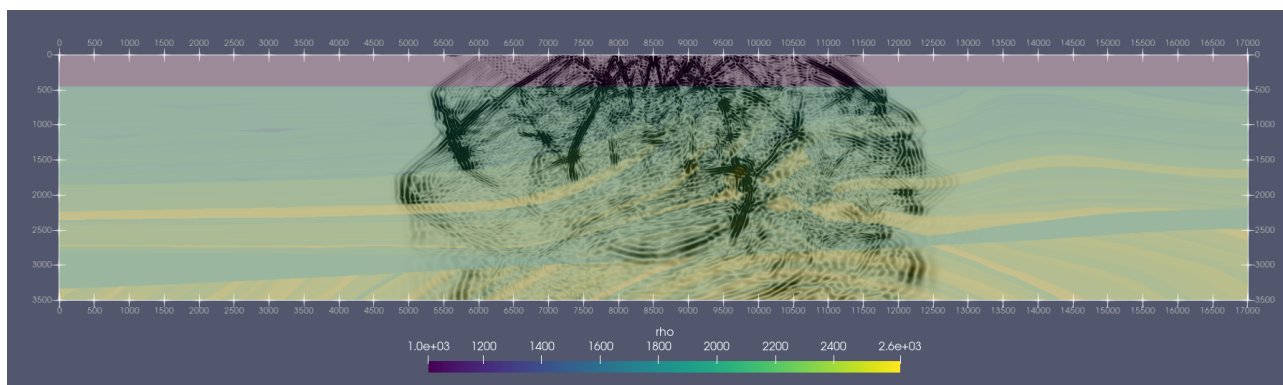


Рис. 1. Волновое поле сейсмического отклика от геологической модели *Marmousi2*

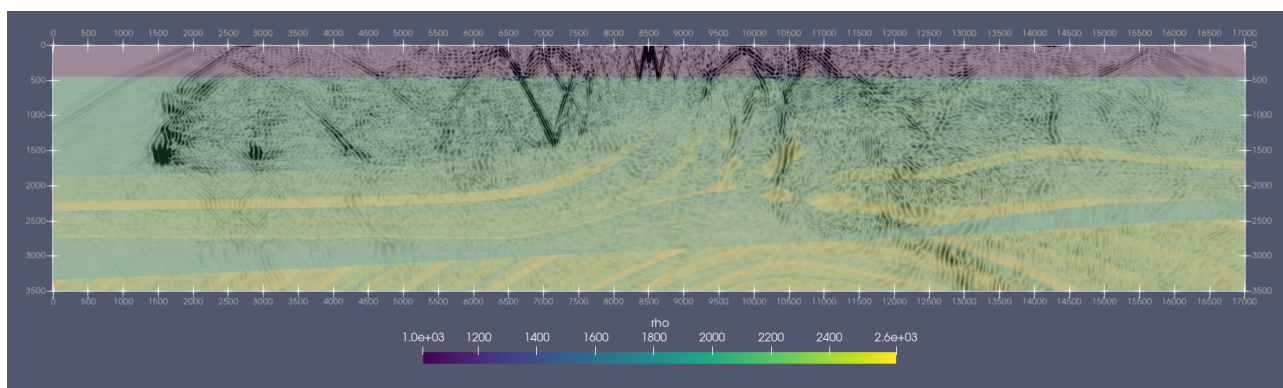


Рис. 2. Волновое поле сейсмического отклика от геологической модели *Marmousi2*, более поздний момент времени

Также были проведены расчеты для трехмерной модели SEG_C3_NA. Распределение скорости продольных волн приведено на рисунке 3, а волновое поле представлено на рисунках 4, 5 в различные моменты времени.

На рисунке 6 изображен отклик от трещины, возникшей в результате гидроразрыва пласта. В качестве источника волн рассматривался естественный подземный периодический источник — «микросейсмы». Модель трещины — бесконечно тонкая трещина.

На рисунке 7 рассмотрено распространение кратных волн в слое льда (модель состоит из льда, воды и грунта, источник в центре на поверхности с частотой 100 Гц), момент времени $t = 0.05$ сек.

Применение сеточно-характеристического метода для обучения нейронных сетей

Как известно, для обучения нейронных сетей необходимо обеспечить достаточное количество данных. Если целью обучения нейронной сети является обработка сейсмограмм, полученных в ходе сейсмической разведки трещиноватых сред, то одним из возможных вариантов ее обучения является расчет большого количества прямых задач с помощью численного моделирования сеточно-характеристическим методом. Рассмотрим массив монетообразных трещин, приведенный на рисунке 8.

Строго говоря, рассматривается скопление более значительного количества монетообразных

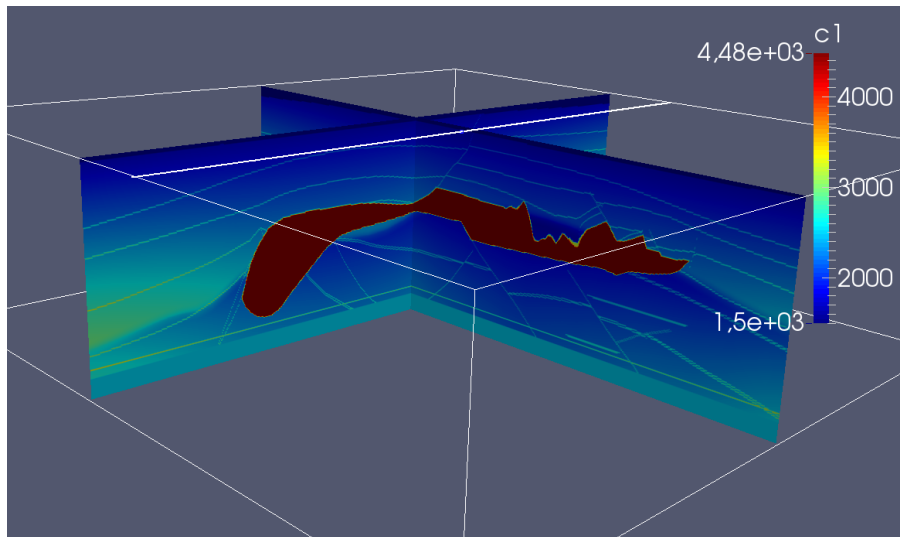


Рис. 3. Модель *SEG_C3_NA*, распределение скорости продольных волн

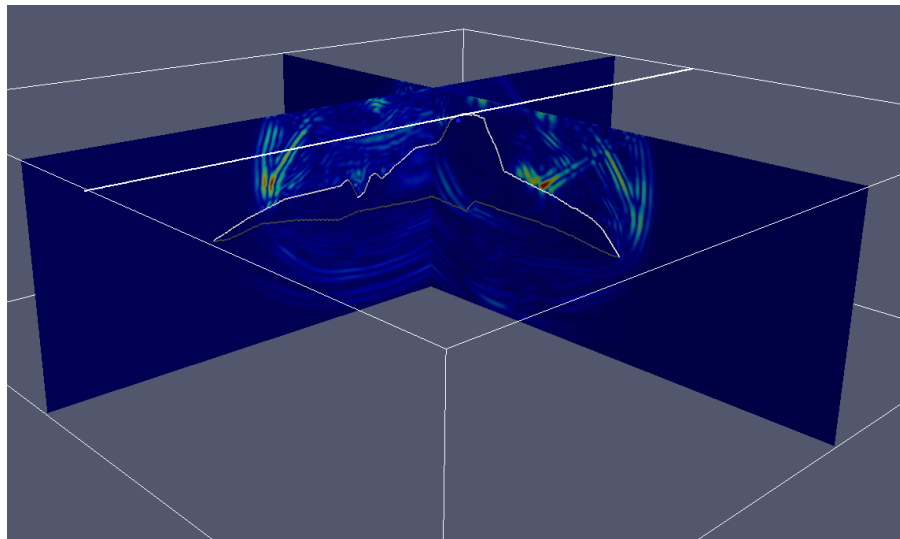


Рис. 4. Модель *SEG_C3_NA*, волновое поле

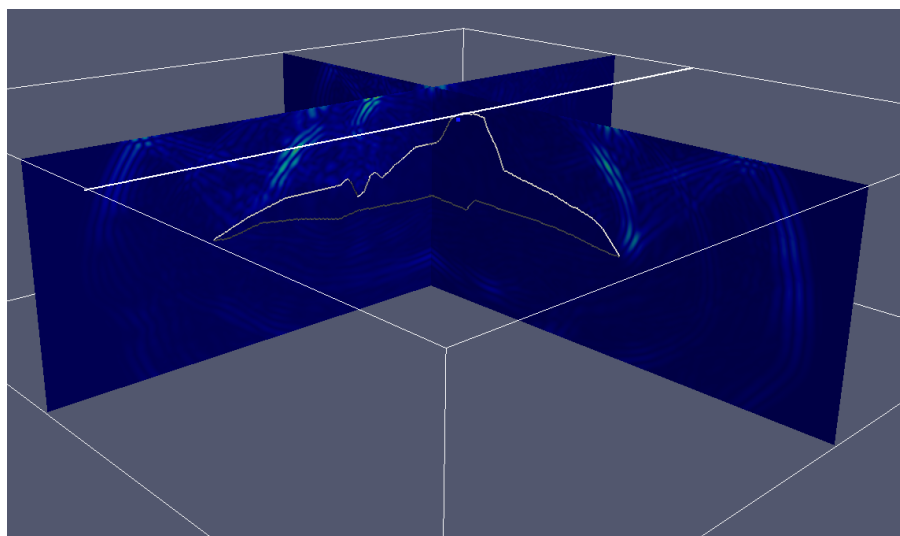


Рис. 5. Модель *SEG_C3_NA*, волновое поле, более поздний момент времени

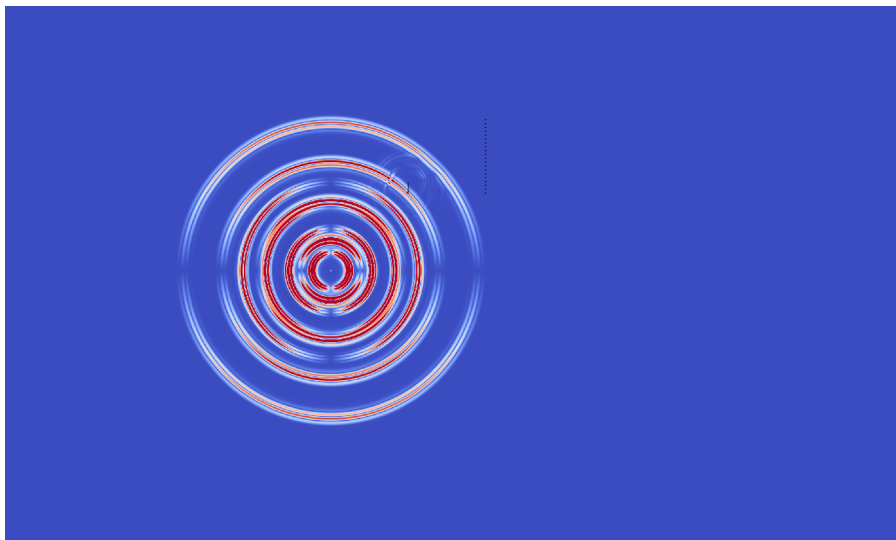


Рис. 6. Сейсмический отклик от трещины, возникшей в результате гидроразрыва пласта



Рис. 7. Распространение кратных волн в слое льда

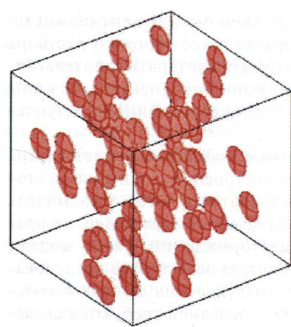


Рис. 8. Массив монетообразных трещин

трещин, а именно трехмерная модель, заполненная монетообразными трещинами с диаметром трещины 8 м, рисунок 9. Блок с трещинами располагается на глубине 1500 м.

Рассчитанные сейсмограммы компонент скорости X, Y, Z приведены на рисунке 10.

При обучении нейронной сети рассматривался следующий функционал средней абсолютной ошибки MAE:

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |y_i - \hat{y}|. \quad (7)$$

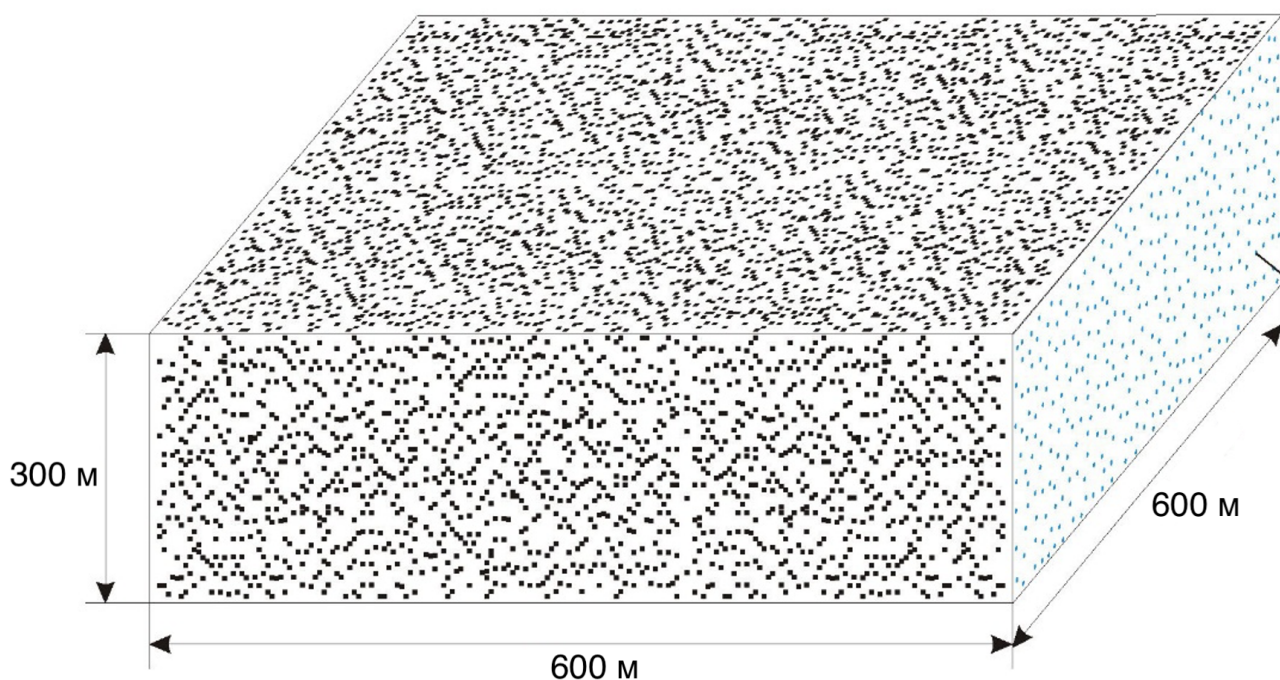


Рис. 9. Трехмерная модель, заполненная монетообразными трещинами

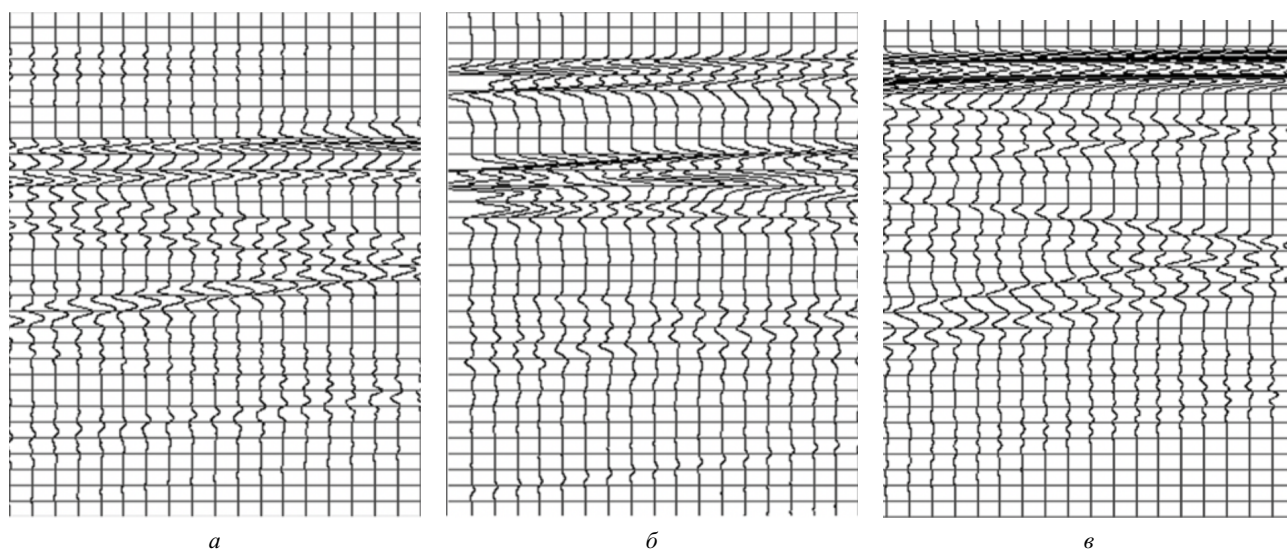


Рис. 10. Сейсмограммы отклика упругих волн от кластера монетообразных трещин: а — X -компонента скорости; б — Y -компонента скорости; в — Z -компонента скорости

Использовались два подхода. В подходе 1 обучающая и валидационная выборки состоят из данных двух компонент скоростей. В подходе 2 помимо значений компонент скоростей в элементе выборки присутствует их частотный спектр (Фурье-преобразование). Графики MAE для данных двух подходов приведены на рисунке 11.

Заключение

Сеточно-характеристический метод успешно применим для решения широкого класса задач математического моделирования динамических процессов в деформируемой среде, некоторые из которых рассмотрены в данной работе, включая актуальные задачи сейсмической разведки и обучения нейронных сетей.

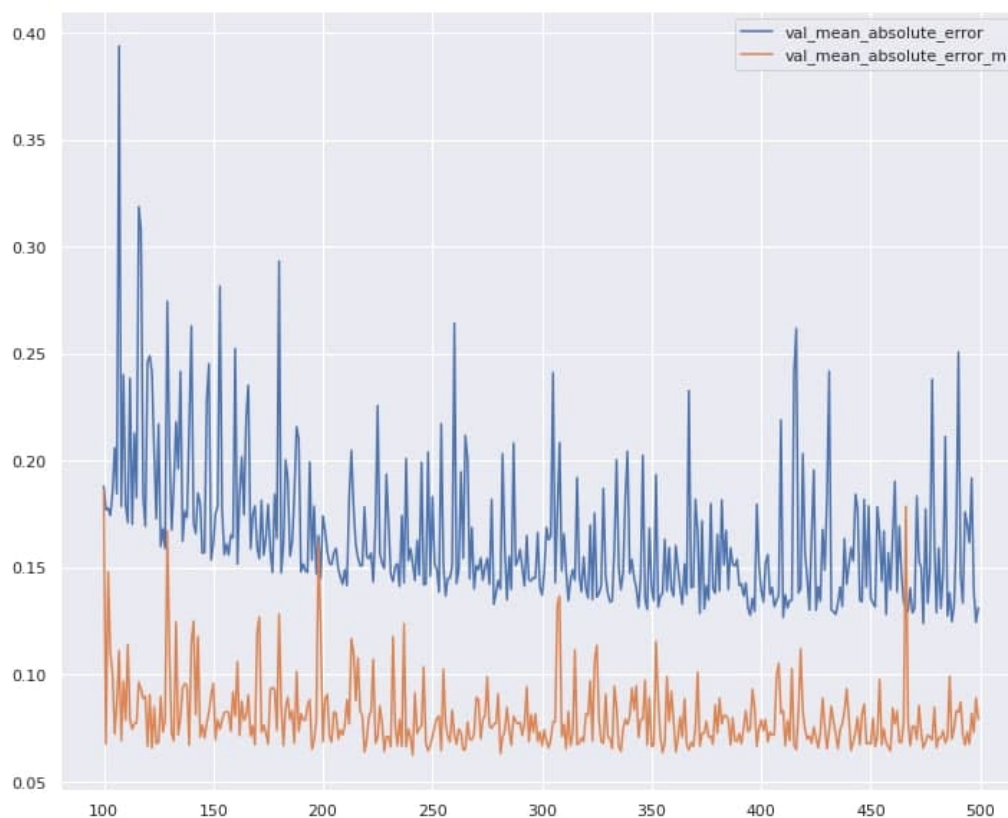


Рис. 11. Сопоставление графиков функционала MAE для валидационной выборки в зависимости от эпохи обучения. Синий — подход 1, оранжевый — подход 2

ЛИТЕРАТУРА

1. Stognii P. V., Khokhlov N. I. Investigation of Models with Fluid- and Gas-Filled Fractures with the Help of the Grid-Characteristic Method. *Smart Innovation, Systems and Technologies*. 2021;214:125–136. DOI: 10.1007/978-981-33-4709-0_11.
2. Muratov M. V., Derbysheva T. N. Mathematical Modeling of Spatial Wave Processes in Fractured Seismic Media. *Smart Innovation, Systems and Technologies*. 2021;214:115–124. DOI: 10.1007/978-981-33-4709-0_10.
3. Khokhlov N., Stognii P. Novel Approach to Modeling the Seismic Waves in the Areas with Complex Fractured Geological Structures. *Minerals*. 2020;10(2):122. DOI: 10.3390/min10020122.
4. Golubev V., Shevchenko A., Petrov I. Simulation of Seismic Wave Propagation in a Multicomponent Oil Deposit Model. *International Journal of Applied Mechanics* 2020;12(8):2050084. DOI: 10.1142/S1758825120500842.
5. Favorskaya A. V. Simulation of the Human Head Ultrasound Study by Grid-Characteristic Method on Analytically Generated Curved Meshes. *Smart Innovation, Systems and Technologies*. 2021;214:249–263. DOI: 10.1007/978-981-33-4709-0_21.
6. Favorskaya A., Golubev V. Study the Elastic Waves Propagation in Multistorey Buildings, Taking into Account Dynamic Destruction. *Smart Innovation, Systems and Technologies*. 2020;193:189–199. DOI: 10.1007/978-981-15-5925-9_16.
7. Favorskaya A., Golubev V., Khokhlov N. Two Approaches to the Calculation of Air Subdomains: Theoretical Estimation and Practical Results. *Procedia Computer Science*. 2018;126:1082–1090. DOI: 10.1016/j.procs.2018.08.045.
8. Favorskaya A., Khokhlov N. Modeling the Impact of Wheelsets with Flat Spots on a Railway Track. *Procedia Computer Science*. 2018;126:1100–1109. DOI: 10.1016/j.procs.2018.08.047.
9. Favorskaya A., Petrov I. A Novel Method for Investigation of Acoustic and Elastic Wave Phenomena Using Numerical Experiments. *Theoretical and Applied Mechanics Letters*. 2020;10(5):307–314. DOI: 10.1016/j.taml.2020.01.040.

10. Muratov M. V., Petrov I. B., Sannikov A. V., Favorskaya A. V. Grid-Characteristic Method on Unstructured Tetrahedral Meshes. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*. 2014;54(5):837–847. DOI: 10.1134/S096554251405011X.
11. Ivanov A. M., Khokhlov N. I. Parallel Implementation of the Grid-Characteristic Method in the Case of Explicit Contact Boundaries. *Computer Research and Modeling*. 2018;10(5):667–678. DOI: 10.20537/2076-7633-2018-10-5-667-678.
12. Golubev V. I., Shevchenko A. V., Khokhlov N. I., Nikitin I. S. Numerical Investigation of Compact Grid-Characteristic Schemes for Acoustic Problems. *Journal of Physics: Conference Series*. 2021;1902(1):012110. DOI: 10.1088/1742-6596/1902/1/012110.