ISSN 2712-9942

VCTEXIII KIMBEPHETIMKIM

RUSSIAN JOURNAL OF CYBERNETICS

2024 T. <u>5 № 4</u>

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ «ФЕДЕРАЛЬНЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ СИСТЕМНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ НАЦИОНАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО ЦЕНТРА «КУРЧАТОВСКИЙ ИНСТИТУТ»

Успехи кибернетики

Russian Journal of Cybernetics

Tom 5

№ 4

Vol. 5

No. 4

Москва

2024

Учредитель и издатель

Федеральное государственное автономное учреждение «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований Национального исследовательского центра «Курчатовский институт»

(НИЦ «Курчатовский институт» — НИИСИ)

«Успехи кибернетики» — это рецензируемый научный журнал, в котором публикуются научные статьи по следующим специальностям (физико-математические, технические науки):

- 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ;
- 2.2.2. Электронная компонентная база микро- и наноэлектроники, квантовых устройств;
- 2.3.1. Системный анализ, управление и обработка информации.

Миссия журнала — развитие научных направлений по заявленной тематике в России и за рубежом, соответствующих приоритетным направлениям развития науки, технологий и техники в Российской Федерации, а также перечню критических технологий РФ.

Журнал ориентирован на пропаганду передовых идей в области физики, математики, технических наук, участие в реализации задач, сформулированных Президентом РФ в Указе от 01.12.2016 № 642, по научнотехнологическому развитию РФ, а также импортозамещению по приоритетным направлениям стратегического развития страны, соответствующим тематике журнала, обеспечение печатными площадями высококвалифицированных кадров, повышение качества диссертационных исследований в данных отраслях путем развития механизма профессионального и общественного обсуждения их научных результатов, воспитание молодого поколения ученых.

Журнал принимает к публикации оригинальные статьи; переводы статей, опубликованных в зарубежных журналах (при согласии правообладателя на перевод и публикацию); обзоры; эссе; комментарии; другие информационные материалы.

Издание будет полезно ученым, работающим в соответствующих областях наук, а также аспирантам и студентам.

Главный редактор

Бетелин Владимир Борисович, академик РАН, д. ф.-м. н., профессор, научный руководитель, НИЦ «Курчатовский институт» — НИИСИ, Москва Заместитель главного редактора

Галкин Валерий Алексеевич, д. ф.-м. н., профессор, директор, Сургутский филиал НИЦ «Курчатовский институт» — НИИСИ, Сургут Члены редакционной коллегии

Bласов Сергей Евгеньевич, д. т. н., директор, НИЦ «Курчатовский институт» — НИИСИ, Москва

Панченко Владислав Яковлевич, академик РАН, д. ф.-м. н., профессор, вице-президент, Российская академия наук; заведующий кафедрой медицинской физики, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва Савин Геннадий Иванович, академик РАН, д. ф.-м. н., профессор, научный руководитель, МСЦ — филиал НИЦ «Курчатовский институт» — НИИСИ, Москва

Сойфер Виктор Александрович, академик РАН, д. т. н., профессор, президент, главный научный сотрудник научно-исследовательской лаборатории автоматизированных систем научных исследований, Самарский национальный исследовательский университет им. ак. С. П. Королева, Институт систем обработки изображений РАН, Самара

Чубариков Владимир Николаевич, д. ф.-м. н., профессор, заведующий кафедрой математических и компьютерных методов анализа, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва

Чаплыгин Юрий Александрович, академик РАН, д. т. н., профессор, президент, Московский институт электронной техники, Москва Петров Игорь Борисович, член-корреспондент РАН, д. ф.-м. н., профессор, заведующий кафедрой информатики, Московский физико-технический институт, Москва Смирнов Николай Николаевич, д. ф.-м. н., профессор, заместитель декана механико-математического факультета, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, заместитель директора по стратегическим информационным технологиям, НИЦ «Курчатовский институт» — НИИСИ, Москва

Тишкин Владимир Федорович, член-корреспондент РАН, д. ф.-м. н., профессор, профессор кафедры вычислительных методов, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва

Пубайдуллин Амир Анварович, д. ф.-м. н., профессор, директор, Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича Сибирского отделения РАН, Тюмень

Якобовский Михаил Владимирович, член-корреспондент РАН, д. ф.-м. н., профессор, заместитель директора по научной работе, Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша

кский Михаил Владимирович, член-корреспондент РАН, д. ф.-м. н., профессор, заместитель директора по научнои расоте, институт прикладнои математики им. м. б. ке. РАН, Москва Шагалиев Рашит Мирзагалиевич, член-корреспондент РАН, д. ф.-м. н., заместитель директора Федерального научного центра Старков Сергей Олегович, д. ф.-м. н., профессор, начальник отделения интеллектуальных кибернетических систем, Обнинский институт атомной энергетики, Обнинск Еськов Валерий Матвеевич, д. ф.-м. н., д. б. н., профессор, заведующий отделом, Сургутский филиал НИЦ «Курчатовский институт» — НИИСИ, Сургут ентьев Михаил Михайлович, д. ф.-м. н., профессор, заместитель директора по научной работе, Институт автоматики и электрометрии Сибирского отделения РАН, Новосибирск Пятков Сергей Григорьевич, д. ф.-м. н., профессор, заведующий кафедрой высшей математики, Югорский государственный университет, Ханты-Мансийск Пяпков Сергеи Григорьевич, д. ф.-м. н., профессор, заведующии кафедрои высшеи математики, Югорскии государственный университет, Ханты-Мансинск Ильин Валерий Павлович, д. ф.-м. н., профессор, профессор кафедры прикладной математики, Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск Крыжановский Борис Владимирович, член-корреспондент РАН, д. ф.-м. н., руководитель, Центр оптико-нейронных технологий НИЦ «Курчатовский институт» — НИИСИ, Москва Нагорнов Олег Викторович, д. ф.-м. н., профессор, первый проректор, Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Москва Земпо Ясунари, РhD (Physics), Университет Хосэй, Токио, Япония

Пападопулос Атапас, Doctorat d'Etat (Habilitation), mathematics, Университет Страсбурга, Национальный центр научных исследований Франции, Страсбург, Франция

Ответственный секретарь

Гавриленко Тарас Владимирович, к. т. н. Ответственный редактор Чалова Анна Петровна, к. филол. н Технические редакторы Моргун Дмитрий Алексеевич, к. ф.-м. н., доцент Бобровская Ольга Павловна Переволчик Троицкий Дмитрий Игоревич, к. т. н., доцент

Художественное оформление обложки © Горбунов Александр Сергеевич

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций.

Свидетельство о регистрации средства массовой информации ЭЛ № ФС 77-78857 от 04.08.2020.

Решением Высшей аттестационной комиссии с 27 июня 2022 года журнал включен в «Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные ание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук»

Издается с 2020 года. Выпускается 4 раза в год.

 $\label{eq:2.2} \mbox{Адрес редакции:} \\ \mbox{НИЦ «Курчатовский институт»} - \mbox{НИСИ, 117218, г. Москва, Нахимовский просп., дом 36, корпус 1.} \\ \mbox{ }$ 7 9226-54-57-88, факс: +7 (495) 719-76-81, e-mail: taras.gavrilenko@gmail.com. Сайт: jcyb.ru

Founder and Publisher

Scientific Research Institute for System Analysis of the National Research Centre "Kurchatov Institute" (NRC "Kurchatov Institute" - SRISA)

Russian Journal of Cybernetics is peer-reviewed.

The journal publishes papers on physics, mathematics, and engineering. The key areas of interest are:

- simulation, numerical methods, and simulation software
- electronic components for micro- and nanoelectronics, and quantum devices
- system analysis, control, and information processing.

Our mission is advancing these research areas in Russia and globally, supporting the national priority fields of research and development, and the critical technologies.

The Journal promotes advanced concepts in physics, mathematics, engineering, and facilitates the national research and technology development under the Russian President Decree No. 642 dated 01.12.2016, and phasing out strategic imports. We offer an opportunity for professional researchers to publish. We improve the doctorate research quality through public peer review and educate the new generation of researchers.

The Journal accepts original papers; translations of papers from international journals (consent of the right holders for the translation and publication is required); reviews; essays; remarks, and event reports.

The Journal is intended for researchers, university, and doctorate students.

Chief Editor

Prof. Vladimir B. Betelin, member of the Russian Academy of Sciences (RAS). Doctor of Science (Phys&Math), Academic Director, NRC "Kurchatov Institute" - SRISA, Moscow Vice Chief Editor

Prof. Valery A. Galkin, Doctor of Science (Phys&Math), Director, Surgut Branch of NRC "Kurchatov Institute" – SRISA, Surgut Editorial Board

Prof. Sergey E. Vlasov, Doctor of Science (Engineering), Director, NRC "Kurchatov Institute" – SRISA, Moscow Prof. Vladislav Ya. Panchenko, member of the Russian Academy of Sciences (RAS), Doctor of Science (Phys&Math), Vice President, Russian Academy of Sciences (RAS), Chairperson of the

Department of Medical Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow
Prof. Gennady I. Savin, member of the Russian Academy of Sciences (RAS), Doctor of Science (Phys&Math),
Academic Director, Joint Supercomputer Center – Branch of Scientific Research Institute for System Analysis of the National Research Centre "Kurchatov Institute", Moscow

Prof. Viktor A. Soifer, member of the Russian Academy of Sciences (RAS), Doctor of Science (Engineering), President, Chief Researcher Lab for Automated Research Systems, Korolev Samara National Research University, Academic Director, Institute of Image Processing Systems, RAS, Samara

Prof. Vladimir N. Chubarikov, Doctor of Science (Phys&Math), Chairperson, Department of Mathematical and Computer Analysis Methods, Lomonosov Moscow State University, Moscow Prof. Yuri A. Chaplygin, member of the Russian Academy of Sciences (RAS), Doctor of Science (Engineering), President, National Research University of Electronic Technology, Moscow Prof. Igor B. Petrov, corresponding member of the Russian Academy of Sciences (RAS), Doctor of Science (Phys&Math), Chairperson, Department of Informatics,
Moscow Institute of Physics and Technology, Moscow

Prof. Nikolay N. Smirnov, Doctor of Science (Phys&Math), Deputy Dean, Faculty of Mechanics and Mathematics, Lomonosov Moscow State University, Deputy Director for Strategic Information Technology, NRC "Kurchatov Institute" – SRISA, Moscow

Prof. Vladimir F. Tishkin, corresponding member of the Russian Academy of Sciences (RAS), Doctor of Science (Phys&Math), Professor, Department of Computational Methods, Lomonosov Moscow State University, Moscow

Prof. Amir A. Gubaidullin, Doctor of Science (Phys&Math), Director, Tyumen Division Institute of Theoretical and Applied Mechanics, RAS Siberian Branch, Tyumen Prof. Mikhail V. Iakobovski, corresponding member of the Russian Academy of Sciences (RAS), Doctor of Science (Phys&Math), Deputy Director for Research, Keldysh Institute of Applied

Mathematics, RAS, Moscow
Prof. Rashit M. Shagaliyev, corresponding member of the Russian Academy of Sciences (RAS), Doctor of Science (Phys&Math), Deputy Director, Federal Research Center Prof. Sergey O. Starkov, Doctor of Science (Phys&Math), Head, Division of Intelligent Cybernetic Systems, Obninsk Institute of Atomic Energy, Obninsk Prof. Valery M. Eskov, Doctor of Science (Phys&Math), Doctor of Science (Biology), Head of Division, Surgut Branch of NRC "Kurchatov Institute" – SRISA, Surgut Prof. Mikhail M. Lavrentiev, Doctor of Science (Phys&Math), Deputy Director for Research, Institute of Automation and Electrometry, RAS Siberian Branch, Novosibirsk Prof. Sergey G. Pyatkov, Doctor of Science (Phys&Math), Chairperson, Department of Further Mathematics, Yugra State University, Khanty-Mansiysk Prof. Valerii P. Ilyin, Doctor of Science (Phys&Math), Professor, Department of Applied Mathematics, Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk Prof. Boris V. Kryzhanovskii, corresponding member of the Russian Academy of Sciences (RAS), Doctor of Science (Phys&Math), Director, Opto-neural Technologies Center, NRC "Kurchatov Institute" – SRISA, Moscow

Prof. Oleg V. Nagornov, Doctor of Science (Phys&Math), First Vice-Rector, National Research Nuclear University MEPhI, Moscov Prof. Yasunari Zempo, PhD (Physics), Hosei University, Tokyo, Japan
Prof. Athanase Papadopoulos, Doctorat d'Etat (Habilitation), Mathematics, University of Strasbourg, French National Centre for Scientific Research, Strasbourg, France

Executive Editor

Taras V. Gavrilenko, Ph.D. (Engineering) Managing Editor
Anna P. Chalova, Ph.D. (Linguistics) Technical Editors
Dmitry A. Morgun, Ph.D. (Phys&Math), Assoc. Prof. Olga P. Bobrovskaya Translator Dmitry I. Troitsky, Ph.D. (Engineering), Assoc. Prof. Cover Design

(C) Alexander S. Gorbunov

The journal is registered with the Federal Service for Supervision of Communications, Information Technology and Mass Media.

Mass media registrated with the Feedback of Supervision of Communications, information rectinities of Mass media.

Mass media registration certificate EL No. FS 77-78857 dated on 04.08.2020.

On June 27, 2022 the National Board for Academic Degrees and Titles put the Russian Journal of Cybernetics on the list of leading journals for publishing papers by doctorate students.

Published since 2020. 4 issues per year.

Editorial Board Address NRC "Kurchatov Institute" - SRISA, Russia 117218, Moscow, Nakhimovsky pr., 36/1. Tel.: +7(922)654-5788, fax: +7(495)719-76-81, e-mail: taras.gavrilenko@gmail.com. Web: jcyb.ru.

СОДЕРЖАНИЕ

лті всероссийская конференция «Актуальные проолемы прикладной математики и ме-	
ханики», посвященная памяти академика А. Ф. Сидорова, с элементами школы молодых ученых	
и международным участием	8
А. М. Ефремов, С. А. Смирнов, В. Б. Бетелин	
О применимости 0-мерной (глобальной) модели для описания плазмы индукционного разряда в	
реакторах реактивно-ионного травления	10
М. Ю. Филимонов, Д. Ж. Шамугия	
Моделирование теплового режима грунта с учетом аппроксимации температурных данных на	
поверхности свайного фундамента	18
Г. Н. Гусев, Р. В. Цветков	
Эволюция деформационных параметров сооружения в условиях техногенного воздействия	25
В. В. Калманович, А. А. Картанов	
Программная реализация матричного метода решения задачи теплопроводности в многослойной	
среде	31
В. Д. Крыжановский	
Программный модуль прогнозирования плановой потребности в медицинской продукции	40
В. Б. Пеньков, Л. В. Левина, В. Н. Уланов, А. А. Копцева	
Эффективное сочетание метода граничных состояний и алгоритма Шварца при оценке	
напряженно-деформированного состояния полостного тела	45
С. Н. Мартюшов, Т. М. Рыжова	
Расчет инициации горения в осесимметричных каналах на основе кинетической модели много-	
стадийной химической реакции водородо-воздушной смеси	51
В. Н. Мещеряков, С. Е. Кондратьев	
Система управления модели четырехколесного мобильного робота с амортизирующим шасси и	
анализ ее функционирования	59
Ю. В. Перцев	
Методы анализа текста на естественном языке в задаче экстрактивного информационного поиска	67
Н. В. Плотникова	
Планирование траектории робота-манипулятора	75
Л. А. Прокудина	
Математическое моделирование развития возмущений в испаряющейся жидкой пленке	81
И. В. Смолехо	
Моделирование ориентационной термоупругости в нематических жидких кристаллах	88
В. М. Свешников, А. М. Яклюшин	
Субтайлинг в итерационных методах: принципы построения и численные эксперименты	95
И. А. Цепелев, А. И. Короткий	
Применение гибридных вычислителей для моделирования лавового потока	103
Р. В. Цветков, Г. Н. Гусев	
Исследование изменения собственных частот сваи при оттаивании окружающего грунта	110
Н. А. Ваганова, И. М. Филимонова	
Построение и оптимизация сеток для расчета несущей способности свайных фундаментов зда-	
ний в зоне вечной мерзлоты	116
Д. Д. Япаров, П. А. Бурьянов	
Разработка нейросетевой модели для управления светофором	122
* * *	

Н.	M.	Япарова

Численный ме	тод решения	обратной	краевой	задачи	теплопер	еноса в	услови	ях нег	юлнь	лх ис	ход-		
ных ланных												- 1	2.8

CONTENTS

Current Problems of Applied Mathematics and Mechanics 13th International Conference and	
School for Young Researchers Commemorating A. Sidorov, Member of the Russian Academy of	
Sciences	8
A. M. Efremov, S. A. Smirnov, V. B. Betelin	
Applicability of 0-Dimensional (Global) Model to the Characterization of Inductively-Coupled Plasma	
in Reactive-Ion Etching Systems	10
M. Yu. Filimonov, D. Zh. Shamugia	
Ground Thermal Regime Simulation by Approximating Temperature Readings on the Pile Foundation	
Surfaces	18
G. N. Gusev, R. V. Tsvetkov	
Evolution of Strain in Structures Exposed to Artificial Loads	25
V. V. Kalmanovich, A. A. Kartanov	
Software Implementation of the Matrix Method for Solving the Heat Conduction Problem in a	
Multilayer Medium	31
V. D. Kryzhanovsky	
Demand Forecasting Software for Medical Products	40
V. B. Penkov, L. V. Levina, V. N. Ulanov, A. A. Koptseva	
An Effective Combination of the Method of Boundary States and the Schwartz Method for Evaluating	
the Stress-Strain Behavior of a Cavity Body	45
S. N. Martyushov, T. M. Ryzhova	
Simulation of Deflagration-to-Detonation in Axisymmetrical Channels Using a Kinetics Model of the	
Multistage Hydrogen-Air Mixture Reaction	51
V. N. Meshcheryakov, S. E. Kondratev	
Performance Analysis of a Control System for a Four-Wheeled Mobile Robot Model with a Suspension	
Chassis	59
Yu. V. Pertsev	
Natural Language Processing for Extractive Search	67
N. V. Plotnikova	
Robotic Arm Trajectory Planning	75
L. A. Prokudina	
Simulation of the Evolution of Disturbances in an Evaporating Liquid Film	81
I. V. Smolekho	
Simulation of the Thermal Orientation Effect in Nematic Liquid Crystals	88
V. M. Sveshnikov, A. M. Yaklyushin	
Sub-Tiling in Iterative Methods: Principles and Numerical Experiments	95
I. A. Tsepelev, A. I. Korotkii	
Application of Hybrid Computers to Simulate the Lava Flow	103
R. V. Tsvetkov, G. N. Gusev	
Pile Eigenfrequency Shift Caused by Soil Unfreezing	110
N. A. Vaganova, I. M. Filimonova	
Mesh Construction and Optimization for the Calculation of the Building Foundation Bearing Capacity	
in Permafrost Areas	116

D. D. Yaparov, P. A. Burianov	
Neural Network-Based Model for Traffic Light Control	122
N. M. Yaparova	
Numerical Method for Solving the Inverse Heat Transfer Boundary Value Problem with Incomplete	
Data	128

ХІІІ ВСЕРОССИЙСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ «АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ», ПОСВЯЩЕННАЯ ПАМЯТИ АКАДЕМИКА А. Ф. СИДОРОВА, С ЭЛЕМЕНТАМИ ШКОЛЫ МОЛОДЫХ УЧЕНЫХ И МЕЖДУНАРОДНЫМ УЧАСТИЕМ

Со 2 по 8 сентября 2024 года в пос. Джанхот (Краснодарский край) состоялась XIII Всероссийская конференция «Актуальные проблемы прикладной математики и механики», посвященная памяти академика А.Ф. Сидорова, с элементами школы молодых ученых и международным участием (https://afsid.uran.ru/).

Конференция была организована Институтом математики и механики им. Н.Н. Красовского УрО РАН (ИММ УрО РАН) (Екатеринбург) и Уральским федеральным университетом им. первого Президента России Б.Н. Ельцина (Екатеринбург), проводилась при участии и поддержке Уральского математического центра РНОМЦ-УМЦ, РФЯЦ-ВНИИТФ им. акад. Е.И. Забабахина (Снежинск), Сургутского филиала НИЦ «Курчатовский институт» – НИИСИ (Сургут) и АО «ПФ «СКБ Контур» (Екатеринбург).

Основная тематика конференции включала в себя следующие направления:

- математическое моделирование физических и природных процессов;
- аналитические методы в задачах газовой динамики и механики сплошной среды, точные решения;
 - численные методы решения задач математической физики;
 - проблемы построения оптимальных сеток;
 - актуальные проблемы освоения Арктики;
 - актуальные проблемы углеродного цикла, климатические проекты;
- информационные технологии, искусственный интеллект, машинное обучение, робототехника и компьютерная безопасность.

В порядке подготовки к конференции были изданы сборники тезисов докладов и научная программа. Сборник тезисов участников конференции размещен в Научной электронной библиотеке на сайте elibrary.ru, индексируется в РИНЦ (https://elibrary.ru/item.asp?id=69213900). Формат конференции предусматривал пленарные, секционные заседания, сессию молодых исследователей и заочную секцию.

В работе конференции приняли очное участие 43 ученых, из них 15 молодых ученых (до 35 лет). В научную программу конференции были включены около 100 докладов и лекций, часть из которых была сделана заочно с представлением презентаций докладов.

В работе конференции приняли участие ученые из 19 городов России и ближнего зарубежья: Алма-Ата (Казахстан), Благовещенск, Воронеж, Екатеринбург, Казань, Калуга, Красноярск, Москва, Новосибирск, Пермь, Санкт-Петербург, Снежинск, Сургут, Томск, Троицк, Уфа, Хабаровск, Хива (Узбекистан), Челябинск, а также из Китая.

Среди очных участников – 1 член-корреспондент РАН, 16 докторов наук, 9 кандидатов наук. Было прочитано 10 лекций ведущими российскими учеными в области прикладной математики, математического моделирования и информационных технологий, сделано 55 докладов.

В качестве пленарных докладчиков выступили: Галкин В.А. (Сургутский филиал НИЦ «Курчатовский институт» – НИИСИ, Сургут), Филимонов М.Ю. (ИММ УрО РАН, УрФУ, Екатеринбург), Мартышко П.С. (Институт геофизики им. Ю.П. Булашевича УрО РАН, Екатеринбург), Свешников В.М. (Институт вычислительной математики и математической геофизики, Новосибирск), Ильин В.П. (ИВМиМГ СО РАН, Новосибирск), Петунин А.А. (УрФУ, Екатеринбург), Пименов В.Г. (УрФУ, Екатеринбург), Сесекин А.Н. (УрФУ, Екатеринбург), Ряшко Л.Б. (УрФУ, Екатеринбург), Степович М.А. (Калужский государственный университет им. К.Э. Циолковского, Калуга).

Участники конференции отметили высокий научный уровень представленных докладов, разнообразие тематик и новые оригинальные подходы к построению математических моделей и их численному исследованию, а также возросший интерес к участию в работе конференции молодых ученых. Избранные статьи участников конференции были рекомендованы для публикации в журнале «Успехи кибернетики».

В решении конференции было предложено провести XIV Всероссийскую конференцию «Актуальные проблемы прикладной математики и механики», посвященную памяти академика А.Ф. Сидорова, со *2 по 8 сентября 2025 года* в поселке Джанхот Краснодарского края.

Председатель оргкомитета конференции: д.ф.-м.н., в.н.с. Института математики и механики имени Н.Н. Красовского Уральского отделения Российской академии наук, заведующий кафедрой высокопроизводительных компьютерных технологий Института естественных наук и математики Уральского федерального университета им. первого президента России Б.Н. Ельцина Филимонов Михаил Юрьевич

DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-01

О ПРИМЕНИМОСТИ 0-МЕРНОЙ (ГЛОБАЛЬНОЙ) МОДЕЛИ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ПЛАЗМЫ ИНДУКЦИОННОГО РАЗРЯДА В РЕАКТОРАХ РЕАКТИВНО-ИОННОГО ТРАВЛЕНИЯ

А. М. Ефремов^{1,a}, С. А. Смирнов^{2, δ}, В. Б. Бетелин^{3, ϵ}

- ¹ Научно-исследовательский институт молекулярной электроники, Зеленоград, г. Москва, Российская Федерация
 - ² Ивановский государственный химико-технологический университет, г. Иваново, Российская Федерация
- ³ Федеральное государственное автономное учреждение «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований Национального исследовательского центра «Курчатовский институт», г. Москва, Российская Федерация

 ^a ORCID: http://orcid.org/0000-0002-9125-0763, ♠ aefremov@niime.ru

 ⁶ORCID: http://orcid.org/0000-0002-0375-0494, sas@isuct.ru

 ⁶ORCID: http://orcid.org/0000-0001-6646-2660, betelin@niisi.msk.ru

Аннотация: проведен анализ и обобщение предпосылок, используемых для моделирования плазмы индукционного разряда в диапазоне условий, характерном для реакторов реактивно-ионного травления кремния и его соединений. Подтверждено, что применение функции Максвелла для энергетического распределения электронов обеспечивает корректное описание кинетики процессов под действием электронного удара. Показано, что реализация как прямого (основанного на решении уравнений химической кинетики с привлечением данных зондовой диагностики плазмы в качестве входных параметров), так и самосогласованного (дополненного уравнениями баланса вкладываемой мощности и скоростей процессов ионизации/рекомбинации заряженных частиц) алгоритма моделирования обеспечивает удовлетворительное согласие результатов расчета с данными независимых экспериментов. Приведены примеры сравнения расчета с экспериментом для плазмы Ar, Cl_2 и CF_4 . Отмечено, что применение самосогласованного алгоритма в сложных многокомпонентных системах затруднено отсутствием или низкой достоверностью данных по сечениям процессов под действием электронного удара и транспортным характеристикам (коэффициентам диффузии, подвижностям) нестабильных продуктов плазмохимических реакций.

Ключевые слова: реактивно-ионное травление, плазма, диагностика, моделирование, активные частицы.

Благодарности: публикация выполнена в рамках государственного задания НИЦ «Курчатовский институт» — НИИСИ (Проведение фундаментальных научных исследований (47 ГП)) по теме № 1023032900380-3-1.2.1 «Фундаментальные и прикладные исследования в области литографических пределов полупроводниковых технологий и физико-химических процессов травления 3D нанометровых диэлектрических структур для развития критических технологий производства ЭКБ. Исследование и построение моделей и конструкций элементов микроэлектроники в расширенном диапазоне температур (от -60 °C до +300 °C) (FNEF-2024-0004)».

Для цитирования: Ефремов А. М., Смирнов С. А., Бетелин В. Б. О применимости 0-мерной (глобальной) модели для описания плазмы индукционного разряда в реакторах реактивно-ионного травления. Успехи кибернетики. 2024;5(4):10–17. DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-01.

Поступила в редакцию: 15.10.2024. В окончательном варианте: 24.11.2024.

APPLICABILITY OF 0-DIMENSIONAL (GLOBAL) MODEL TO THE CHARACTERIZATION OF INDUCTIVELY-COUPLED PLASMA IN REACTIVE-ION ETCHING SYSTEMS

A. M. Efremov^{1,a}, S. A. Smirnov^{2,b}, V. B. Betelin^{3,c}

- ¹ Molecular Electronics Research Institute, Zelenograd, Moscow, Russian Federation
- ² Ivanovo State University of Chemistry and Technology, Ivanovo, Russian Federation
- ³ Scientific Research Institute for System Analysis of the National Research Centre "Kurchatov Institute", Moscow, Russian Federation
 - ^a ORCID: http://orcid.org/0000-0002-9125-0763, ▲ aefremov@niime.ru

^b ORCID: http://orcid.org/0000-0002-0375-0494, sas@isuct.ru ^c ORCID: http://orcid.org/0000-0001-6646-2660, betelin@niisi.msk.ru

Abstract: we summarized and analyzed the assumptions used for simulating inductive discharge plasmas under typical reactive-ion etching conditions. We confirmed that applying the Maxwellian approximation to the electron energy distribution function provides an accurate description of the kinetics of electron impact processes. We demonstrated that both direct simulation (based on solving chemical kinetics equations with Langmuir probe diagnostics data as input) and self-consistent simulation (incorporating input power balance and ionization/recombination balance equations for charged particles) achieve satisfactory agreement with data from independent experiments. We provided examples comparing simulation predictions with experimental data for Ar, Cl_2 and CF_4 plasmas. However, the application of self-consistent simulation in complex multi-component systems is limited by the lack or low reliability of data on electron impact cross-sections and transport characteristics, such as diffusion coefficients and mobilities for unstable plasma chemical reaction products.

Keywords: reactive-ion etching, plasma, diagnostics, modeling, active species.

Acknowledgements: this study is a part of FNEF-2024-0004 government order contracted to the NRC "Kurchatov Institute" – SRISA (Basic Research Project 47 GP, No. 1023032900380-3-1.2.1 Basic and Applied Research Aimed at Expanding the Limits of Lithographic Semiconductor Technologies, Physical and Chemical Processes Associated with the Etching of 3D Nanoscale Dielectric Structures for the Development of Critical Electronic Components Manufacturing Technologies. Research, Simulation, and Design of Microelectronic Components in an Extended Temperature Range (-60 °C to +300 °C)).

Cite this article: Efremov A. M., Smirnov S. A., Betelin V. B. Applicability of 0-Dimensional (Global) Model to the Characterization of Inductively-Coupled Plasma in Reactive-Ion Etching Systems. *Russian Journal of Cybernetics*. 2024;5(4):10–17. DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-01.

Original article submitted: 15.10.2024.

Revision submitted: 24.11.2024.

Введение

Неравновесная низкотемпературная плазма традиционно используется в технологии интегральной микроэлектроники для очистки и структурирования поверхности полупроводниковых пластин и функциональных слоев различной природы [1–3]. Основным инструментом при проведении таких операций является реактивно-ионное травление (РИТ) в условиях плазмы индукционного ВЧ (13.56 МГц) разряда, возбуждаемого при давлениях p < 50 мтор и удельной вкладываемой мощности w > 0.05 Вт/см³. Последнее условие обеспечивает степень ионизации частиц газа $\sim 0.1\%$ и плотность плазмы (концентрацию заряженных частиц) на уровне более 10^{10} см³ [4]. Еще одной характерной чертой современных реакторов РИТ является наличие второго независимого источника питания для формирования дополнительного (по отношению к плавающему потенциалу) отрицательного смещения на подвергаемой травлению поверхности. Таким образом, независимое регулирование концентраций активных частиц и энергии ионной бомбардировки (по сути, соотношения химической и физической составляющих скорости травления) обуславливает широкие возможности оптимизации выходных параметров РИТ (скорости, селективности по отношению к материалу маски, анизотропии профиля травления) под требования конкретного процесса.

Очевидно, что выбор оптимальных условий проведения РИТ требует знания особенностей и понимания физико-химической сути взаимосвязей между входными параметрами процесса (состав плазмообразующего газа, его расход, давление и вкладываемая мощность), электрофизическими параметрами плазмы и концентрациями различных типов активных частиц. Предшествующий опыт исследования плазменных систем показал, что плазма представляет собой сложную самоорганизующуюся систему, внутреннее состояние которой (электрофизические параметры и концентрации частиц) само зависит от скоростей инициируемых в плазме гомогенных и гетерогенных процессов через изменение функции распределения электронов по энергиям и кинетики реакций электронного удара. В такой ситуации использование чисто экспериментального подхода к исследованию плазмы затруднено либо возмущающим характером метода (зонды Лангмюра, плоский стеночный зонд), либо сложностью обработки и последующей интерпретации первичных данных (масс-спектрометрия, оптическая эмиссионная спектроскопия). Еще одна проблема заключается в том, что любой из экспериментальных методов характеризует лишь определенную группу частиц плазмы и/или связанных с ними явлений,

при этом взаимосвязи с другими подсистемами остаются неясными. Поэтому получение достоверной и комплексной информации о физико-химических свойствах плазмы возможно лишь при сочетании методов диагностики и моделирования. Роль эксперимента в этом «тандеме» заключается как в формировании набора входных параметров, так и в соблюдении критериев адекватности модели, обеспечивающих ее качество.

0-мерная (глобальная) модель плазмы: предпосылки и базовые уравнения

В общем случае моделирование плазмы преследует три основные цели, а именно: а) получение информации по параметрам и составу плазмы, которая не может (или может, но с недостаточной точностью) быть получена экспериментальным путем; б) установление взаимосвязей между условиями и результатом плазменной обработки через фундаментальные законы химической кинетики и электродинамики; в) предиктивный анализ влияния условий проведения процесса и геометрии реактора на выходные характеристики РИТ данного материала в данном плазмообразующем газе. Одним из наиболее доступных решений здесь является использование 0-мерных (глобальных) моделей, оперирующих величинами, усредненными по объему рабочей камеры реактора. Согласно данным работ [5–11] для типичного диапазона условий РИТ такие модели базируются на следующей системе предпосылок:

- 1) рассматривается квази-стационарный режим горения разряда, характеризующийся отсутствием временных флуктуаций концентраций частиц и напряженности электрического поля при постоянстве объемного расхода газа (q), его давления (p) и вкладываемой мощности (W). Очевидность такого приближения обусловлена тем, что характерные времена переходных процессов при включении и выключении плазмы ($\sim 10^{-6}$ c) много меньше характерных времен проведения процесса РИТ;
- 2) рассматривается режим идеального смешения (РИС), характеризующийся доминированием химической (по сравнению с транспортной) составляющей при формировании стационарных концентраций нейтральных и заряженных частиц. Физически это обеспечивается выполнением условия $1/\tau_{res} \ll \nu_{chem}$, где $\tau_{res} = (V/q) \, (p/p_0)$ время пребывания частиц в реакторе, $V = \pi r^2 l$ объем цилиндрической камеры реактора радиусом r и высотой l, $p_0 = 10^5$ Па и ν_{chem} частоты образования и гибели частиц в химических реакциях;
- 3) функция распределения электронов по энергиям (ФРЭЭ) аппроксимируется распределением Максвелла. Допустимость такого упрощения объективно обусловлена значительным вкладом равновесных электрон-электронных соударений в формирование ФРЭЭ при высоких степенях ионизации плазмообразующего газа $(n_+/N>10^{-4},\ \text{где}\ n_+$ суммарная концентрация положительных ионов, а $N=p/k_BT_{gas}$ общая концентрация частиц газа при температуре T_{gas}). Это позволяет оперировать понятием температуры электронов (T_e) при описании свойств электронного газа, а также определять константы скоростей процессов под действием электронного удара (ионизация, диссоциация, диссоциативное прилипание, возбуждение различных групп внутренних состояний частиц) по аналитическим выражениям вида $k=AT_e^B\exp\left(-C/T_e\right)$. Коэффициенты этого уравнения, зависящие от пороговой энергии, формы и абсолютной величины сечения соответствующего процесса, для большинства используемых в РИТ плазмообразующих газов известны по литературным данным;
- 4) в качестве основного канала гибели атомов и радикалов рассматривается их рекомбинация на стенках разрядной камеры (в силу низкой эффективности трехчастичного объемного процесса $A+B+M\to AB+M$ в области p<500 мтор), протекающая по механизму Или–Ридила. Последний предполагает высокую степень покрытия поверхности адсорбированными частицами и описывается уравнением первого кинетического порядка по газовой фазе: $A+B(s)\to AB$, где индекс (s) отвечает адсорбированному состоянию. При характерных значениях вероятностей гетерогенной рекомбинации $\gamma\ll 1$ [12] константа скорости (частота) рекомбинации определяется соотношением $k\approx ((r+l)/2rl)\,\gamma v_T$, где $v_T=\sqrt{8RT_{gas}/\pi M}$ скорость теплового движения частиц в газовой фазе;
- 5) в качестве основного канала гибели положительных ионов рассматривается их нейтрализация при столкновениях со стенками разрядной камеры, $A^+ \to A$. Константа скорости такого процесса определяется соотношением $k \approx 2 \left((rh_L + lh_R)/rl \right) v_B$, где $v_B = \sqrt{eT_e \left(1 + \beta_s \right)/m_i \left(1 + \beta_s \gamma_T \right)}$ скорость ионов на внешней границе двойного электрического слоя у поверхности, контактирующей с плазмой (известная также как скорость Бома), m_i эффективная (усредненная по типам частиц) масса ионов, β_s электроотрицательность в поверхностном слое, связанная с объемной величиной $\beta = n_-/n_e$ уравнением вида $\beta = \beta_s \exp\left((1 + \beta_s) \left(\gamma_T 1\right)/2 \left(1 + \beta_s \gamma_T\right)\right)$, $\gamma_T = T_e/T_i$ отношение температур электронов и ионов. Безразмерные коэффициенты h_L и h_R характеризуют степень снижения концентрации

ионов на внешней границе двойного электрического слоя в осевом и радиальном направлениях. Они могут быть определены как:

$$h_L = \frac{1 + 2\beta_s/\gamma_T}{1 + \beta_s} 0.86 \left(3 + \frac{l}{2\lambda_i} + \left(\frac{0.86 l v_B}{\pi \gamma_T D_i} \right)^2 \right)^{-1/2}$$
 (1)

И

$$h_R = \frac{1 + 3\beta_s/\gamma_T}{1 + \beta_s} 0.80 \left(4 + \frac{r}{\lambda_i} + \left(\frac{0.80rv_B}{2.405J_1 (2.405) \gamma_T D_i} \right)^2 \right)^{-1/2}$$
 (2)

где $\lambda_i=1/\sigma N$ — длина свободного пробега ионов, σ — эффективное сечение рассеяния ионов на нейтральных частицах, $D_i=\lambda_i\sqrt{eT_i/2m_i}(1+\gamma_T+2\beta\gamma_T)/(1+\beta\gamma_T)$ — коэффициент диффузии ионов и J_1 (2.405) ≈ 0.43 — корень функции Бесселя первого рода нулевого порядка. Кроме этого, в плазмообразующих газах с высокой электроотрицательностью (например, Cl_2 , O_2 , HBr) в условиях $\beta>1$ нельзя пренебрегать объемной ион-ионной рекомбинацией $A^++B^-\to A+B$. Полагается, что соответствующая константа скорости лежит в диапазоне $5\times 10^{-8}-1\times 10^{-7}$ см 3 /с и не зависит как от типа ионов, так и от условий возбуждения плазмы. Для упрощения расчетов допускается использование эффективных (усредненных по типам частиц) параметров λ_i и D_i .

Математическое содержание самосогласованной (т. е. не требующей результатов диагностики плазмы в качестве входных параметров) модели формируется системой уравнений, включающей в себя: а) уравнения химической кинетики для каждого типа частиц плазмы, устанавливающие равенство суммарных скоростей их образования и гибели; б) обобщенное уравнение баланса заряженных частиц и квазинейтральности плазмы, необходимое для независимого расчета температуры электронов; в) уравнение баланса вкладываемой мощности, необходимое для расчета концентрации электронов. Последнее в общем виде может быть записано как $W = W_{col} + W_{ion} + W_e$, где W — вкладываемая (поглощенная) мощность от источника питания, возбуждающего плазму, а слагаемые правой части представляют потери мощности за счет столкновений электронов с частицами газа, с потоком ионов на стенку реактора и с потоком электронов на стенку реактора соответственно [4]. Эти величины могут быть определены по следующим соотношениям:

$$W_{col} = e n_e V \left(3T_e m_e \sum_{j} k_{el} \frac{n}{m} + \sum_{j} \sum_{k} k_{inel} \varepsilon_{th} \right)$$
 (3)

$$W_{ion} = e \left(U_f + 0.5 T_e \right) \frac{2 \left(r h_L + l h_R \right)}{r l} v_B n_+ \tag{4}$$

$$W_{ion} = 2eT_e \frac{2\left(rh_L + lh_R\right)}{rl} v_B n_+ \tag{5}$$

где $V=\pi r^2 l$ — объем разрядной камеры, U_f — плавающий потенциал, k_{el} — константа скорости упругого взаимодействия (передачи импульса), k_{inel} — константа скорости неупругого взаимодействия и ε_{th} — пороговая энергия неупругого процесса. Соответственно, индексы «j» и «k» в уравнении (3) отражают суммирование по типам частиц и видам неупругих процессов для данной частицы.

Результаты моделирования: интерпретация и сравнение с экспериментом

Для оценки возможностей модели при описании плазмы электроположительных ($\beta=0$) газов мы использовали экспериментальные данные зондовой диагностики плазмы Ar, полученные в реакторе планарного типа (с верхним расположением плоского спиралевидного индуктора) с ВЧ 13.56 МГц источником питания [13]. В расчетах использовалась кинетическая схема (набор реакций и констант скоростей), рекомендованная в работах [7, 11]. Из рисунка 1 можно видеть, что имеет место удовлетворительное качественное и количественное (в пределах точности эксперимента и исходных данных по сечениям процессов под действием электронного удара) согласие измеренных значений температуры и концентрации электронов с их расчетными аналогами. Это позволяет заключить, что предложенная модель адекватно описывает взаимосвязи между внешними и внутренними параметрами плазмы аргона.

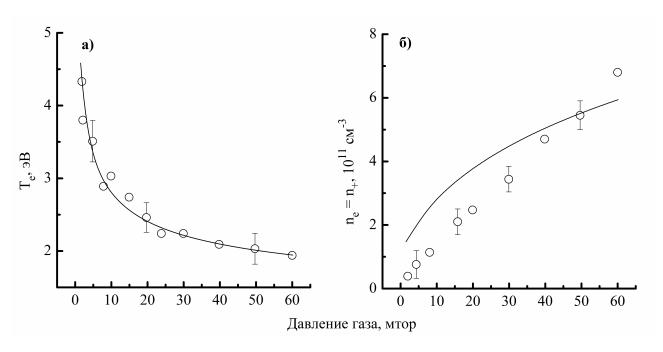


Рис. 1. Зависимости температуры (а) и концентрации (б) электронов в плазме аргона от давления газа. Точки — эксперимент из работы [13], линии — расчет

Отметим также, что характер изменения параметров T_e и n_e при варьировании давления газа представляется вполне ожидаемым и имеет разумное объяснение. Так, спадающая зависимость $T_e = f(p)$ связана с тем, что с ростом давления увеличиваются концентрация частиц газа и частота столкновений электронов с атомами Ar. Это приводит к увеличению потерь энергии электронов и, как следствие, к снижению доли «быстрых» электронов и их средней энергии (температуры). Соответственно, растущий характер зависимости $n_e = f(p)$ является результатом совместного действия двух факторов, а именно: а) роста частоты ионизации атомов Ar при увеличении плотности частиц газа; б) снижения частоты (коэффициента скорости) гетерогенной гибели ионов и электронов из-за аналогичного изменения их коэффициентов диффузии. Последний эффект обусловлен влиянием давления на длины свободного пробега частиц и температуру электронов.

Для тестирования модели в условиях плазмы с высокой электроотрицательностью ($\beta > 1$) были привлечены экспериментальные данные зондовой диагностики плазмы Cl_2 из нашей работы [14]. Предметом исследования здесь также служил индукционный реактор планарного типа, работающий на частоте 13.56 МГц. В расчетах использовалась кинетическая схема, рекомендованная в работах [7, 11]. Эксперименты и расчеты показали, что характер зависимости температуры электронов от давления газа (рис. 2(a)) аналогичен таковой для плазмы аргона. Данный факт подтверждает многочисленные литературные данные, свидетельствующие о том, что влияние давления газа на вид ФРЭЭ обусловлено фундаментальными причинами, не зависящими от типа плазмообразующего газа.

Другим принципиальным моментом является удовлетворительное количественное согласие результатов зондовой диагностики и моделирования плазмы, при этом найденный нами диапазон T_e подтверждается данными независимых экспериментов. В частности, Malyshev M. V. и др. [15] по результатам зондовых измерений в плазме Cl_2 получили $T_e=3.8$ –2.5 эВ при p=1–20 мтор и удельной мощности ~ 0.3 Вт/см 3 . Кроме этого, в работе [16] сообщается о $T_e=3.5$ –1.5 эВ в диапазоне давлений 5–60 мтор и удельной мощности ~ 0.45 Вт/см 3 . Это позволяет заключить, что зондовая диагностика плазмы является объективным методом для получения критериев адекватности модели. Из рисунка 2(б) можно видеть также, что модель удовлетворительно описывает экспериментальную зависимость $n_e=f(p)$, при этом тенденция изменения концентрации электронов противоположна отмеченной выше для плазмы аргона. Причина снижения n_e с ростом давления газа в данном случае связана с: а) ростом частоты гибели электронов по механизму диссоциативного прилипания к молекулам хлора, $R1: Cl_2 + e \rightarrow Cl + Cl^-$; б) увеличением коэффициента диффузии электронов из-за изменения режима диффузии от амбиполярного к свободному с ростом электроотрицательности плазмы. Причиной

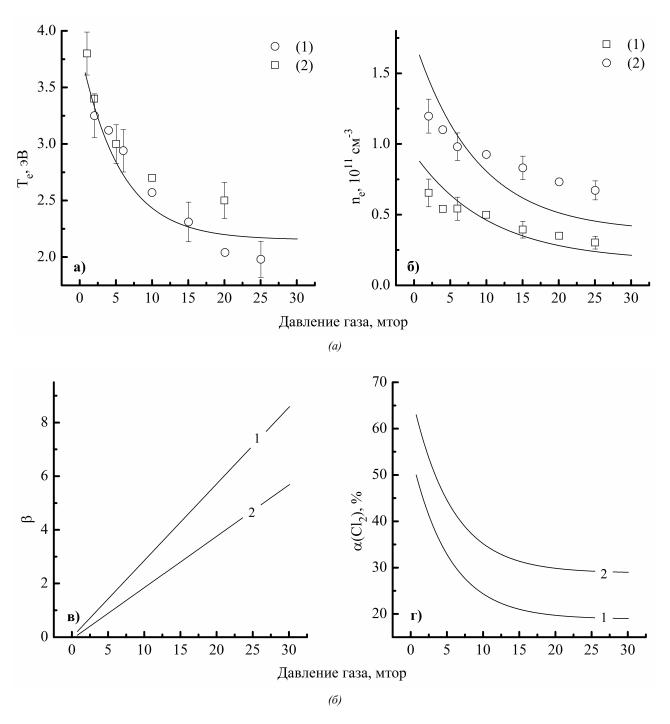


Рис. 2. Зависимости температуры электронов (а), концентрации электронов (б), относительной концентрации отрицательных ионов (в) и степени диссоциации молекул Cl_2 (г) в плазме хлора от давления газа. Точки — эксперимент, линии — расчет. На рис. а): эксперимент из работ [14] (1) и [15] (2) для вкладываемой мощности 700 Вт. На рис. б): эксперимент из работы [14] для вкладываемой мощности 400 Вт (1) и 700 Вт (2). На рис. в) и г): расчет для реактора из работы [14] для вкладываемой мощности 400 Вт (1) и 700 Вт (2)

последнего эффекта является увеличение абсолютной и относительной (рис. 2(в)) концентрации электронов, в том числе — по причине снижения степени диссоциации молекул Cl_2 (рис. 2(r)). Хотя две последние зависимости не имеют прямого экспериментального подтверждения в рамках данной работы, по характеру они полностью соответствуют данным других авторов, полученным в результате как моделирования, так и диагностики плазмы [6–8, 11, 17, 18]. Поэтому с достаточной степенью уверенности можно утверждать, что предложенная модель удовлетворительно описывает параметры и состав плазмы хлора в типичном диапазоне условий РИТ. Отметим также, что увеличение вкладываемой мощ-

ности при любом фиксированном давлении газа вызывает увеличение концентрации электронов (как это следует из уравнений (3)–(5) при $W_{col}\gg W_{ion}+W_e$), что способствует росту степени диссоциации молекул Cl_2 и снижению электроотрицательности плазмы. Причиной первого явления служит увеличение скорости диссоциации по механизму R2: $Cl_2+e\to 2Cl+e$, а второго — опережающий рост n_e по сравнению с концентрацией отрицательных ионов.

Очевидно, что особенностью рассмотренного самосогласованного алгоритма моделирования является необходимость полных и достоверных данных по сечениям процессов под действием электронного удара для всех частиц плазмы. Приведенные выше примеры плазмы Ar и Cl_2 рассматривают, по сути, простейшие плазменные системы с хорошо известными физико-химическими свойствами всех нейтральных и заряженных компонентов. В то же время использование в реальных технологических процессах многоатомных плазмообразующих газов и/или многокомпонентных газовых смесей обуславливает наличие в газовой фазе нестабильных мало- или неизученных продуктов плазмохимических реакций. Так как экспериментальные измерения и/или верифицированные квантовохимические расчеты сечений процессов под действием электронного удара для таких частиц в большинстве случаев отсутствуют, корректная запись уравнения (3) объективно не представляется возможной. Соответственно, первичная погрешность определения температуры и концентрации электронов по уравнениям баланса заряженных частиц и вкладываемой мощности неизбежно отражается и на результатах расчета состава плазмы. Наглядным примером здесь может служить ситуация с моделированием плазмы тетрафторметана, где в качестве «проблемных» частиц выступают радикалы CF_x (x = 1, 2 и 3), а также их окисленные формы FO и CF_xO , образующиеся в смесях с кислородом. В частности, серия работ Kimura и др. [19-21] демонстрирует удовлетворительное совпадение расчета с экспериментом по температуре электронов и неудовлетворительное, вплоть до отличающихся тенденций, — по их концентрации. Соответственно, сомнительной достоверностью обладают и расчетные данные по составу нейтральной и ионной компонент плазмы. Простейшим решением проблемы здесь может служить переход от самосогласованного к прямому алгоритму расчета, который использует экспериментальные данные по температуре и концентрации электронов (или суммарной концентрации положительных ионов) в качестве входных параметров. Так, в нашей работе [22] было показано, что прямой алгоритм обеспечивает лучшее совпадение расчета с экспериментом по концентрации атомов фтора в смеси $CF_4 + O_2$. Более поздние исследования показали применимость прямого алгоритма и для описания плазмы других фторуглеродных газов, характеризующейся сложным многокомпонентным составом $-CHF_3 + O_2$ и $C_4F_8 + O_2$ [23].

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Nojiri K. *Dry Etching Technology for Semiconductors*. Tokyo: Springer International Publishing; 2015. 116 p.
- 2. Wolf S., Tauber R. N. *Silicon Processing for the VLSI Era. Volume 1. Process Technology*. New York: Lattice Press; 2000. 416 p.
- 3. Красников Г. Я. Возможности микроэлектронных технологий с топологическими размерами менее 5 нм. *Nanoindustry Russia*. 2020;13(5):13–19. DOI: 10.22184/1993-8578.2020.13.5s.13.19.
- 4. Lieberman M. A., Lichtenberg A. J. *Principles of Plasma Discharges and Materials Processing*. New York: John Wiley & Sons Inc.; 2005. 757 p.
- 5. Thorsteinsson E. G., Gudmundsson J. T. A Global (Volume Averaged) Model of a Chlorine Discharge. *Plasma Sources Sci. Technol.* 2010;19:015001 (1–15). DOI: 10.1088/0963-0252/19/1/015001.
- 6. Tinck S., Boullart W., Bogaerts A. Simulation of an Ar/Cl_2 Inductively Coupled Plasma: Study of the Effect of Bias, Power and Pressure and Comparison with Experiments. J. Phys. D. Appl. Phys. 2008;41:065207 (1–12). DOI: 10.1088/0022-3727/41/6/065207.
- Hsu C. C., Nierode M. A., Coburn J. W., Graves D. B. Comparison of Model and Experiment for Ar, Ar/O₂ and Ar/O₂/Cl₂ Inductively Coupled Plasmas. J. Phys. D. Appl. Phys. 2006;39:3272–3284. DOI: 10.1088/0022-3727/39/15/009.
- 8. Corr C. S., Despiau-Pujo E., Chabert P., Graham W. G., Marro F. G., Graves D. B. Comparison between Fluid Simulations and Experiments in Inductively Coupled Argon/Chlorine Plasmas. *J. Phys. D. Appl. Phys.* 2008;41:185–202. DOI: 10.1088/0022-3727/41/18/185202.
- 9. Efremov A. M., Kim D. P., Kim C. I. Simple Model for Ion-Assisted Etching Using $Cl_2 Ar$ Inductively Coupled Plasma: Effect of Gas Mixing Ratio. *IEEE Trans. Plasma Sci.* 2004;32(3):1344–1351. DOI: 10.1109/TPS.2004.828413.

- 10. Efremov A., Lee J., Kwon K. H. A Comparative Study of CF_4 , Cl_2 and HBr + Ar Inductively Coupled Plasmas for Dry Etching Applications. *Thin Solid Films*. 2017;629:39–48. DOI: 10.1016/j.tsf.2017.03.035.
- 11. Lee C., Lieberman M. A. Global Model of Ar, O_2 , Cl_2 and Ar/O_2 High Density Plasma Discharges. J. Vac. Sci. Technol. A. 1995;13(2):368–377. DOI: 10.1116/1.579366.
- 12. Chantry P. J. A Simple Formula for Diffusion Calculations Involving Wall Reflection and Low Density. J. Appl. Phys. 1987;62:1141–1148. DOI: 10.1063/1.339662.
- 13. Nakagawa H., Morishita S., Noda S., Okigawa M., Inoue M., Sekine M., Ito K. Characterization of 100 MHz Inductively Coupled Plasma (ICP) by Comparison with 13.56 MHz ICP. *J. Vac. Sci. Technol. A.* 1999;17(4):1514–1525. DOI: 10.1116/1.581845.
- Efremov A. M., Kim G. H., Kim J. G., Bogomolov A. V., Kim C. I. Applicability of Self-Consistent Global Model for Characterization of Inductively Coupled Cl₂ Plasma. Vacuum. 2007;81(5):669–675. DOI: 10.1016/j.vacuum.2006.09.017.
- Malyshev M. V., Donnelly V. M. Diagnostics of Chlorine Inductively Coupled Plasmas. Measurement of Electron Temperatures and Electron Energy Distribution Functions. *J. Appl. Phys.* 2000;87:1642–1650. DOI: 10.1063/1.372072.
- Ullal S., Godfrey A., Edelberg E., Braly L., Vahedi V., Aydil E. Effect of Chamber Wall Conditions on Cl and Cl₂ Concentrations in an Inductively Coupled Plasma Reactor. J. Vac. Sci. Technol. A. 2002;20:43–52. DOI: 10.1116/1.1421602.
- 17. Malyshev M. V., Donnelly V. M. Diagnostics of Inductively Coupled Chlorine Plasmas: Measurement of Electron and Total Positive Ion Densities. *J. Appl. Phys.* 2001;90:1130–1137. DOI: 10.1063/1.1381044.
- 18. Malyshev M. V., Fuller N. C. M., Bogart K. H. A., Donnelly V. M. Diagnostics of Inductively Coupled Chlorine Plasmas: Measurement of Cl_2^+ and Cl^+ Densities. *J. Appl. Phys.* 2000;88:2246–2453. DOI: 10.1063/1.1288156.
- 19. Kimura T., Ohe K. Model and Probe Measurements of Inductively Coupled CF_4 Discharges. J. Appl. Phys. 2002;92:1780–1787. DOI: 10.1063/1.1491023.
- 20. Kimura T., Ohe K. Probe Measurements and Global Model of Inductively Coupled Ar/CF_4 discharges. Plasma Sources Sci. Technol. 1999;8:553–560. DOI: 10.1088/0963-0252/8/4/305.
- 21. Kimura T., Noto M. Experimental Study and Global Model of Inductively Coupled CF_4/O_2 Discharges. J. Appl. Phys. 2006;100:063303 (1–9). DOI: 10.1063/1.2345461.
- 22. Efremov A., Lee J., Kim J. On the Control of Plasma Parameters and Active Species Kinetics in CF_4+O_2+Ar Gas Mixture by CF_4/O_2 and O_2/Ar Mixing Ratios. *Plasma Chem. Plasma Process.* 2017;37:1445–1462. DOI: 10.1007/s11090-017-9820-z.
- 23. Baek S. Y., Efremov A., Bobylev A., Choi G., Kwon K.-H. On Relationships between Plasma Chemistry and Surface Reaction Kinetics Providing the Etching of Silicon in CF_4 , CHF_3 , and C_4F_8 Gases Mixed with Oxygen. *Materials*. 2023;16:5043 (1–18). DOI: 10.3390/ma16145043.

DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-02

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВОГО РЕЖИМА ГРУНТА С УЧЕТОМ АППРОКСИМАЦИИ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ДАННЫХ НА ПОВЕРХНОСТИ СВАЙНОГО ФУНДАМЕНТА

М. Ю. Филимонов 1,2,a , Д. Ж. Шамугия $^{2,\delta}$

¹ Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского, г. Екатеринбург, Российская Федерация
² Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б.Н. Ельцина,
г. Екатеринбург, Российская Федерация

^a ORCID: https://orcid.org/0000-0002-9561-5416,
^b fmy@imm.uran.ru

⁶ ORCID: https://orcid.org/0009-0006-8715-1873, dawid.shamugia@yandex.ru

Аннотация: в работе проведен анализ различных подходов к аппроксимации неоднородных тепловых полей на поверхности проветриваемого подполья в зданиях со свайными фундаментами в криолитозоне. Неоднородности тепловых полей на основании данных температурного мониторинга возникают из-за возможных климатических воздействий, например, при попадании снега в проветриваемое подполье, или имеют техногенный характер и вызываются коммунальными авариями, приводящими к образованию наледей в зимнее время и изменению температуры поверхности. Весной и летом таяние таких наледей также меняет температурную картину поверхности. Корректное задание температуры на этой поверхности имеет важное значение при моделировании долгосрочной динамики изменения температуры грунта вокруг свайного фундамента, которая и определяет несущую способность грунта. Были рассмотрены следующие три метода аппроксимации данных температурного мониторинга: метод обратных взвешенных расстояний, триангуляционная нерегулярная сеть и радиально-базисные функции. В третьем методе были рассмотрены пять различных радиальнобазисных функций. В ходе исследований был сделан вывод, что использование в целях аппроксимации мультиквадратичной радиально-базисной функции для поставленных задач является наиболее адекватным, что и было подтверждено в ходе проведения численных экспериментов для конкретного здания в городе Салехарде.

Ключевые слова: математическое моделирование, аппроксимация, свайный фундамент, вечная мерзлота.

Благодарности: работа выполнена при поддержке гранта РНФ № 24-21-00160.

Для цитирования: Филимонов М. Ю., Шамугия Д. Ж. Моделирование теплового режима грунта с учетом аппроксимации температурных данных на поверхности свайного фундамента. *Успехи кибернетики*. 2024;5(4):18–24. DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-02.

Поступила в редакцию: 13.10.2024.

В окончательном варианте: 15.11.2024.

GROUND THERMAL REGIME SIMULATION BY APPROXIMATING TEMPERATURE READINGS ON THE PILE FOUNDATION SURFACES

M. Yu. Filimonov 1,2,a , D. Zh. Shamugia 2,b

¹ Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics, Yekaterinburg, Russian Federation
² Ural Federal University, Yekaterinburg, Russian Federation
^a ORCID: http://orcid.org/0000-0002-9561-5416, fmy@imm.uran.ru
^b ORCID: http://orcid.org/0009-0006-8715-1873, dawid.shamugia@yandex.ru

Abstract: this study analyzes various approaches to approximating non-uniform thermal fields on the surface of a ventilated crawl space in buildings with pile foundations built in the permafrost region. Temperature readings show that non-uniform thermal fields are created by possible climatic effects (snow ingress into the ventilated crawl space), or may be artificial (utility accidents resulting in icing in winter and surface temperature changes). The melting of such ice in spring and summer also changes the surface temperature pattern. Correct determination of this surface temperature is important for the simulation of long-term ground temperature variations in the area around a pile foundation, which affects the bearing capacity of the ground. We considered three temperature reading approximation methods: inverse distance weighting, triangulated irregular network, and five radial basis functions. We concluded that using a multiquadric radial

basis function for approximation gives the best results, which is confirmed by simulations for a specific residential building in Salekhard.

Keywords: simulation, approximation, pile foundation, permafrost.

Acknowledgements: the paper is supported by the RSF, project no. 24-21-00160.

Cite this article: Filimonov M. Yu., Shamugia D. Zh. Ground Thermal Regime Simulation by Approximating Temperature Readings on the Pile Foundation Surfaces. Russian Journal of Cybernetics. 2024;5(4):18–24. DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-02.

Original article submitted: 13.10.2024.

Revision submitted: 15.11.2024.

Введение

Вечная мерзлота занимает обширную территорию земной поверхности Северного полушария [1]. Более 10 млн κ ² в России занимает криолитозона, что составляет более 60% ее территории [2]. Более 75% всех зданий и инженерных сооружений в зоне вечной мерзлоты построены и эксплуатируются по принципу сохранения мерзлого состояния грунтов оснований. В соответствии со строительными нормами это называется первым принципом проектирования и строительства в условиях вечной мерзлоты. Выбор оптимальных способов строительства для конкретного географического места, связанных с выполнением этого принципа, обусловлен моделированием нестационарных тепловых полей в грунте под этими сооружениями, поскольку тепловой режим грунта оказывает непосредственное влияние на несущую способность грунта и устойчивость инфраструктуры [3]. В соответствии с правилами строительства в регионах распространения многолетнемерзлых пород (ММП) требуется проведение температурного мониторинга грунта в области свайных фундаментов жилых зданий. В 2018 году в г. Салехарде запущен автоматический дистанционный мониторинг температуры грунта под жилыми домами с контролем температурных изменений в термометрических скважинах, пробуренных в зоне свайных фундаментов [4]. В настоящее время под объектами капитального строительства в г. Салехарде уже пробурено и оборудовано термометрическими косами более 100 скважин глубиной 12 метров. Для прогнозирования и предотвращения последствий деградации вечной мерзлоты актуальным является использование при моделировании температурного мониторинга (ТМ), основанного на данных термометрических кос в зоне свайных фундаментов и анализе динамики их изменений. Долгосрочное прогнозирование таких изменений и их влияния на несущие свойства грунтов оснований под жилыми зданиями и другими инженерными объектами в зоне распространения ММП является актуальной задачей. Метод ТМ также является эффективным методом тестирования и калибровки численных методик [5], а значит, сочетание ТМ с численными методиками является перспективным направлением исследования различных важных технологических и климатических проблем в Арктике.

Жилые здания, построенные в криолитозоне, имеют проветриваемое подполье (ПП), в котором и формируется тепловой режим, оказывающий существенное влияние на температурный режим грунта под этим зданием. При компьютерном моделировании важную роль будет играть краевое условие на поверхности ПП. В работе [4] краевое условие задавалось на основании только одного температурного датчика, используемого при ТМ. Детальное исследование в работе [6] выявило существенную неоднородность в распределении температуры на поверхности ПП для конкретного жилого здания (здание I) в городе Салехарде, что и послужило основанием для исследования различных вариантов аппроксимации температурного поля на поверхности ПП. В настоящей статье рассмотрены различные варианты аппроксимации такого температурного поля на основании нескольких температурных датчиков, используемых для ТМ. В ходе исследования был выбран вариант аппроксимации температурного поля на поверхности ПП, который и показал наилучший результат в процессе проведения численных экспериментов.

Постановка задачи

Пусть T = T(t,x,y,z) — температура грунта в точке (x,y,z) в момент времени t. В начальный момент времени t_0 задана температура грунта $T_0(x,y,z)$. Следуя работам [5, 7], для описания температурного режима грунта под зданием будем использовать уравнение, учитывающее локализованную теплоту фазового перехода:

$$\rho \left(c_{\nu}(T) + k\delta(T - T^*) \right) \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \left(\lambda(T) \Delta T \right), \tag{1}$$

где ρ — плотность грунта [kg/m³], T^* — температура фазового перехода [K],

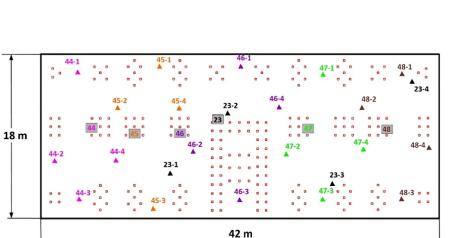
$$c_{
u}(T) = \left\{ egin{array}{ll} c_1(x,y,z), & T < T^*, \\ c_2(x,y,z), & T > T^*, \end{array}
ight.$$
 удельная теплоемкость [J/(kg · K)],

$$\lambda(T) = \left\{ egin{array}{ll} \lambda_1(x,y,z), & T < T^*, \\ \lambda_2(x,y,z), & T > T^* \end{array}
ight. -$$
 коэффициент теплопроводности [W/(m · K)],

k = k(x,y,z) — удельная теплота фазового перехода, δ — дельта-функция Дирака.

Начальные и краевые условия для уравнения (1) поставлены в работе [5], в которой для задания начального условия $T_0(x,y,z)$ на повехности ПП (z=0) использовался только один температурный датчик из ТМ для здания I. Схема свайного фундамента этого здания и термометрическое оборудование представлены на рис. 1.

Каждая станция автоматического мониторинга (станция SAM) собирает данные с четырех термометрических скважин (скважины SAM), оснащенных датчиками температуры, которые измеряют температуру почвы на глубине до 10 метров с точностью 0.1° С. Треугольники на рис. 1a — термометрические скважины SAM, квадраты — станции SAM, точки — сваи. Данные всех температурных измерений передаются на сервер каждые 3 часа с помощью GSM-модулей.



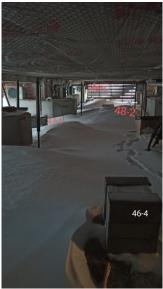


Рис. 1. Проветриваемое подполье здания І

 $(a-pасположение термометрического оборудования в ПП, <math>6-\Pi\Pi$ в январе 2024 года)

На рис. 1а не показаны 186 сезоннодействующих охлаждающих устройств (СОУ), но их точные координаты расположения в ПП используются в модели и в компьютерном моделировании. СОУ являются вертикальными охлаждающими устройствами, представляющими собой двухфазные закрытые термосифоны диаметром 38 мм. Алюминиевые охлаждающие ребра этих устройств имеют размер 95 см, а глубина залегания под землей составляет 10 м. Для проведения автоматического контроля температуры почвы в проветриваемом подполе оборудовано 6 SAM станций.

В январе 2024 анализ данных ТМ показал большое различие температурных данных (до 10°С) в различных точках поверхности ПП здания І. Такое различие могло быть вызвано либо коммунальной аварией, либо климатическим воздействием на поверхность ПП. На рис. 16 показано ПП здания І в этот период. Оказалось, что такое различие температурных данных вызвано было попаданием снега в ПП. Анализ данных ТМ поверхностей ПП для других зданий в городе Салехарде также выявил температурные различия для разных точек замера в ПП. Особенно такие различия проявились в результате коммунальных аварий в ПП.

Таким образом, анализ ТМ показал, что необходимо при компьютерном моделировании долгосрочной динамики температурного режима грунта в области свайного фундамента жилого здания использовать двумерную аппроксимацию температурного поля на поверхности ПП, определяемого данными температурных датчиков в разных местах ПП.

Методы решений

Для достижения поставленных целей были использованы методы интерполяции, позволяющие создать двумерные модели теплового поля на поверхности ПП. Рассмотрим данные ТМ для здания I, соответствующие случаю на рис. 16. Данные ТМ представлены на рис. 2.

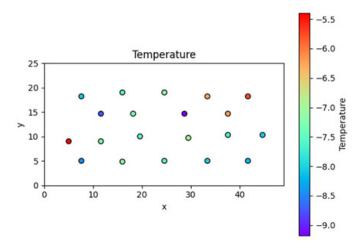


Рис. 2. Данные TM на поверхности $\Pi\Pi$ в январе 2024 года для здания I

На основе собранных данных применялись три метода интерполяции: метод обратных взвешенных расстояний (ОВР), триангуляционная нерегулярная сеть (ТНС) и радиально-базисные функции (РБФ).

Пусть $\Omega \subset R^2$ — прямоугольная область, в которой необходимо провести интерполяцию. В области Ω задано множество $S \subset \Omega$, состоящее из n точек X_i , в каждой из которых измерены значения температуры $T_i = T(X_i)$. Требуется найти функцию T(X), определенную на всей области Ω , которая бы аппроксимировала значения температуры в любой точке $X \in \Omega$.

Метод обратных взвешенных расстояний. Данный метод предполагает, что вклад каждой известной точки в значение интерполируемой величины убывает с увеличением расстояния от этой точки. Пусть $d(X_i, X_j)$ — расстояние между точками X_i и X_j . Тогда T(X) в соответствии с [8] определяется следующим образом:

$$T(X) = \begin{cases} \sum_{i=1}^{n} w_i(X) T_i \\ \sum_{i=1}^{n} w_i(X) \end{cases}, \quad \forall i = 1, \dots, n \longrightarrow d(X_i, X) \neq 0 \\ T_i, \qquad \exists i = 1, \dots, n \longrightarrow d(X_i, X) = 0, \end{cases}$$
 (2)

где

$$w_i(X) = \frac{1}{d(X_i, X)^p}. (3)$$

В данном примере $p \in R^+$ — параметр, $w_i(X)$ — веса. Веса (3) уменьшаются по мере увеличения расстояния от интерполируемой точки. С увеличением параметра p ближайшие известные точки начинают оказывать большее влияние на интерполируемые точки, вследствие чего интерполируемые значения становятся практически постоянными при больших p. У данного метода также есть одна отличительная особенность. Введем следующие обозначения: $T_{\text{max}} = \max(T_1, T_2, \cdots, T_n)$, $T_{\text{min}} = \min(T_1, T_2, \cdots, T_n)$. Нетрудно проверить, что $\forall X \in \Omega \longrightarrow T_{\text{min}} \leq T(X) \leq T_{\text{max}}$.

Данный метод интерполяции является одним из самых часто используемых, а также весьма прост в исполнении, однако он имеет свои недостатки, как, например, то, что интерполируемые значения не могут выходить за пределы известных значений.

Tриангуляционная нерегулярная сеть. Если все точки из множества S не лежат на одной прямой и их больше трех, то их можно представить в виде нерегулярной сетки, на которой можно построить

триангуляцию и затем интерполировать точки внутри каждого из треугольников. Экстраполировать значения за пределами триангуляции можно, пользуясь иными методами, например, уже рассмотренным методом OBP. В данном примере воспользуемся триангуляцией Делоне [9] и линейной интерполяцией в барицентрических координатах [10]. Триангуляция Делоне — триангуляция для заданного множества точек S на плоскости, при которой для любого треугольника все точки из S за исключением точек, являющихся его вершинами, лежат вне окружности, описанной вокруг треугольника. Барицентрические координаты представляют собой скалярные параметры, набор которых однозначно задает точку аффинного пространства, при условии, что в данном пространстве выбран некоторый точечный базис. Пусть r_1 , r_2 , r_3 — декартовы координаты вершин некоторого треугольника из триангуляции. Тогда произвольная точка X внутри этого треугольника может быть единственным образом представлена в виде барицентрической комбинации: $X = t_1 r_1 + t_2 r_2 + t_3 r_3$, при условии, что $t_1 + t_2 + t_3 = 1$. Набор скаляров (t_1, t_2, t_3) называется барицентрическими координатами точки X. Для того, чтобы интерполировать значения внутри треугольника, используется следующая формула:

$$T(X) = t_1 T(r_1) + t_2 T(r_2) + t_3 T(r_3),$$
(4)

в которой барицентрические координаты t_1 , t_2 , t_3 являются решением линейной системы уравнений и записываются в явном виде.

Данный метод также широко распространен в геостатистике, однако он имеет свои особенности. Полученная поверхность из уравнения (4) не будет являться гладкой на границах треугольников триангуляции, также данный метод не предназначен для экстраполяции значений за пределы триангуляции.

Аппроксимации теплового поля на поверхности ПП, по данным рис. 2, полученные методом OBP, представлены на рис. 3а; полученные методом THC — представлены на рис. 3б.

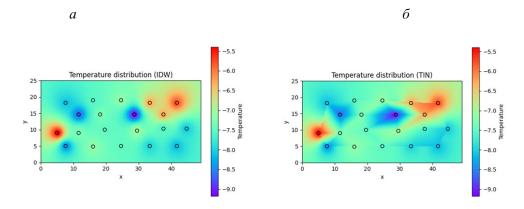


Рис. 3. Аппроксимации данных мониторинга в ПП здания I (a- полученные методом OBP при p=2, b- полученные методом THC b- использованием OBP при b- b- для интерполяции значений за пределами триангуляции)

Paduaльно-базисные функции. Радиально-базисной функцией φ называется вещественнозначная функция, значение которой зависит только от расстояния до начала координат:

$$\varphi(X) = \varphi(||X||),$$

или от расстояния до некоторой другой точки C, называемой центром:

$$\varphi(X) = \varphi(||X - C||).$$

В данном методе с использованием РБФ функция интерполируется с помощью взвешенной суммы радиально-базисных функций [11]:

$$T(X) = \sum_{i=1}^{n} w_i \varphi(||X - X_i||).$$
(5)

Веса w_i в формуле (5) можно вычислить с помощью метода наименьших квадратов, поскольку аппроксимирующая функция является линейной по отношению к ним. Также РБФ могут содержать специальный параметр ε , который в значительной степени влияет на интерполяцию, предоставляя возможность настраивать функцию в зависимости от задачи и экспериментальных данных. Примеры радиально-базисных функций $(r = ||X - X_i||, \varepsilon -$ параметр):

- функция Гаусса $\varphi(r) = \exp(-(\varepsilon r)^2)$;
- мультиквадратичная функция $\varphi(r) = \sqrt{1 + (\varepsilon r)^2}$;
- обратная квадратичная функция $\varphi(r) = \frac{1}{1 + (\varepsilon r)^2};$
- полигармонический сплайн $\varphi(r) = r^k, k = 1, 3, 5, \cdots; \varphi(r) = r^k \ln(r), k = 2, 4, 6, \cdots$

РБФ представляют собой весьма гибкий инструмент для интерполяции, однако при использовании данного метода требуется тщательный подбор функции и параметров к ней в зависимости от задачи.

Анализ результатов проведенных численных экспериментов с различными радиально-базисными функциями показал, что в нашем случае хороший результат по аппроксимации температурного поля на поверхности ПП был получен с использованием мультиквадратичной функции при $\varepsilon=0.375$. Результаты аппроксимации температурного поля приведены на рис. 4.

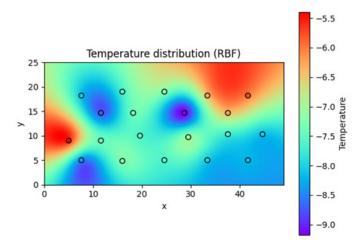


Рис. 4. Аппроксимация температурных данных на поверхности ПП для здания I с помощью радиально-базисной мультиквадратичной функции

Заключение

В процессе исследования проведено тестирование трех методов для аппроксимации теплового поля в двумерном пространстве: метод обратных взвешенных расстояний, триангуляционная нерегулярная сеть и радиально-базисные функции. Анализ результатов аппроксимации и проведения компьютерного моделирования показал, что ТНС демонстрирует наименее удовлетворительные результаты из-за негладкости получаемой поверхности, что не отражает реальное тепловое распределение с использованием формулы (4). Что касается метода ОВР, несмотря на гладкость поверхности, полученной с помощью формулы (2), он имеет существенный недостаток для данной задачи: интерполируемые значения не могут выходить за пределы известных значений, что не соответствует реальным условиям.

С другой стороны, метод РБФ (5) показал более убедительные результаты благодаря своей гибкости и способности создавать более реалистичные модели и давать наилучшее совпадение численного решения с данными ТМ в термометрических скважинах, особенно для мультиквадратичной функции.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Obu J., Westermann S. et al. Northern Hemisphere Permafrost Map Based on TTOP Modelling for 2000-2016 at 1 km² Scale. *Earth-Science Reviews*. 2019;193:136–155. DOI: 10.1016/j.earscirev.2019.04.023.
- 2. Romanovsky V. E., Drozdov D. S., Oberman N. G., Malkova G. V. et al. Thermal State of Permafrost in Russia. *Permafr. Periglac. Process.* 2010;21:136–155. DOI: 10.1002/ppp.683.
- 3. Shiklomanov N. I. et al. Climate Change and Stability of Urban Infrastructure in Russian Permafrost Regions: Prognostic Assessment Based on GCM Climate Projections. *Geographical Review*. 2017; 107(1):125–142. DOI: 10.1111/gere.12214.
- 4. Kamnev Ya. K., Filimonov M. Yu., Shein A. N., Vaganova N. A. Automated Monitoring the Temperature under Buildings with Pile Foundations in Salekhard (Preliminary Results). *Geography, Environment, Sustainability*. 2021;14(4):75–82. DOI: 10.24057/2071-9388-2021-021.
- 5. Filimonov M. Y., Kamnev Y. K., Shein A. N., Vaganova N. A. Modeling the Temperature Field in Frozen Soil under Buildings in the City of Salekhard Taking into Account Temperature Monitoring. *Land.* 2022;11(7):1102. DOI: 10.3390/land11071102.
- 6. Filimonov M. Yu., Vaganova N. A., Shamugia D. Zh., Filimonova I. M. Computer Modeling of Temperature Fields in the Soil and the Bearing Capacity of Pile Foundations of Buildings on Permafrost. *J. Sib. Fed. Univ. Math. Phys.* 2024;17(5):622–631. Режим доступа: https://elib.sfu-kras.ru/bitstream/h andle/2311/153259/Filimonov.pdf?sequence=1.
- 7. Samarsky A. A., Vabishchevich P. N. Computational Heat Transfer, Volume 2, The Finite Difference Methodology. New York, Chichester: Wiley; 1995. 432 p.
- 8. Shepard D. A Two-Dimensional Interpolation Function for Irregularly-Spaced Data. *Proceedings of the 1968 ACM National Conference*. 1968;517–524. DOI: 10.1145/800186.810616.
- 9. Delaunay B. Sur la Sphère Vide [On the Empty Sphere]. *Bulletin de l'Académie des Sciences de l'URSS, Classe des Sciences Mathématiques et Naturelles*. 1934;6:793–800. (In French).
- 10. Koecher M., Krieg A. Affine Geometrie in Koordinatenebenen. *Ebene Geometrie. Springer-Lehrbuch*. Berlin, Heidelberg: Springer;2007;3:51–90. DOI: 10.1007/978-3-540-49328-0 3.
- 11. Broomhead D. H., Lowe D. Multivariable Functional Interpolation and Adaptive Networks. *Complex Systems*. 1998;2:321–355. Режим доступа: https://sci2s.ugr.es/keel/pdf/algorithm/articulo/1988-Broom head-CS.pdf.

DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-03

ЭВОЛЮЦИЯ ДЕФОРМАЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ СООРУЖЕНИЯ В УСЛОВИЯХ ТЕХНОГЕННОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ

Г. Н. Гусев a , Р. В. Цветков $^\delta$

Институт механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук, г. Пермь, Российская Федерация

^a ORCID: http://orcid.org/0000-0002-9072-0030, ♠ gusev.g@icmm.ru
⁶ORCID: http://orcid.org/0000-0001-9617-407X, flower@icmm.ru

Аннотация: в данной работе рассмотрена история эволюции напряженно-деформированного состояния группы зданий, которые расположены над строящимся Главным разгрузочным коллектором г. Перми. История наблюдений включает в себя математическое моделирование деформационного поведения всей группы зданий и близлежащего грунтового массива, а также данные мониторинга за период более четырнадцати лет. Созданы и верифицированы конечно-элементные модели группы зданий, на основе которых осуществляется прогнозирование деформационных параметров сооружений. В работе также освещен опыт проектирования, внедрения и использования систем интеллектуального мониторинга на этом объекте. Численное моделирование осуществлено с помощью САЕ ANSYS и PLAXIS.

Ключевые слова: интеллектуальный мониторинг деформированного состояния, математическое моделирование, техногенное воздействие, депрессия, неравномерные осадки сооружения.

Благодарности: работа выполнена в рамках государственного задания, регистрационный номер темы 124020700047-3.

Для цитирования: Гусев Г. Н., Цветков Р. В. Эволюция деформационных параметров сооружения в условиях техногенного воздействия. *Успехи кибернетики*. 2024;5(4):25–30. DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-03.

Поступила в редакцию: 07.10.2024. В окончательном варианте: 04.11.2024.

EVOLUTION OF STRAIN IN STRUCTURES EXPOSED TO ARTIFICIAL LOADS

G. N. Gusev^a, R. V. Tsvetkov^b

Institute of Continuous Media Mechanics Ural Branch, Russian Academy of Sciences, Perm, Russian Federation

^a ORCID: http://orcid.org/0000-0002-9072-0030, ♠ gusev.g@icmm.ru ^b ORCID: http://orcid.org/0000-0001-9617-407X, flower@icmm.ru

Abstract: we analyzed the evolution of the stress-strain state of a group of buildings located above the main sewage collector in Perm. Our study combines the simulation of the structure's strain behavior and the surrounding soil with monitoring data collected over more than fourteen years. We developed and verified FEM models for a group of buildings to predict their strain parameters. We also presented the design, implementation, and application of intelligent monitoring systems at this site. We used such CAE tools as ANSYS and PLAXIS, providing insights into the long-term structural and geotechnical behavior of the area. Our findings contribute to advancing techniques for monitoring and managing the impact of underground infrastructure on urban buildings.

Keywords: intelligent strain monitoring, simulation, artificial loads, depression, uneven structure settlement.

Acknowledgements: this study is a part of government order 124040500016-9.

Cite this article: Gusev G. N., Tsvetkov R. V. Evolution of Strain in Structures Exposed to Artificial Loads. Russian Journal of Cybernetics. 2024;5(4):25–30. DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-03.

Original article submitted: 07.10.2024. Revision submitted: 04.11.2024.

Достоверная оценка надежности и эксплуатационной безопасности сооружений на всех этапах жизнедеятельности возможна только при использовании совокупности сложных структурных математических моделей систем «здание — фундамент — грунтовое основание», различающихся набором

лежащих в их основе гипотез, уровнем абстрагирования, адекватностью и областью применимости. Перераспределение напряжений в грунтовом массиве, которое вызвано строительством подземных сооружений, может длиться долгие годы и усугубляться нештатными ситуациями, такими как понижение уровней грунтовых вод в сопряженных со строительством горизонтах. Это приводит к существенным оседаниям земной поверхности и, как следствие, к развитию непроектных деформаций в существующих сооружениях, которые находятся в непосредственной близости. Наиболее информативным способом прогнозировать деформационное поведение строительных конструкций в таких условиях является использование методов конечно-элементного моделирования в совокупности с интеллектуальным мониторингом деформационных параметров сооружений [1, 3]. Такой подход благодаря комплексной инструментальной базе позволяет контролировать большое число различных параметров системы «здание — фундамент — грунтовое основание».

Система интеллектуального мониторинга — это комплекс мероприятий, который призван обеспечить безаварийную и бесперебойную работу ответственных инженерных сооружений на всем периоде их жизнедеятельности [4, 5]. Данный комплекс мероприятий строго иерархичен, подчиняется жесткой логике проектирования, внедрения и развития систем и включает в себя различные этапы. К ним относятся: техническое обследование строительных конструкций, математическое моделирование объекта мониторинга с оценкой критических состояний как всего сооружения, так и отдельных элементов в условиях предполагаемой эксплуатации, оценка вариантов развития аварийных ситуаций по вероятным сценариям нарушения работоспособности, разработка, проектирование и реализация систем мониторинга деформационного состояния в условиях эксплуатации [6]. Все этапы являются важными и необходимыми в смысле составляющей любой действующей системы интеллектуального мониторинга деформационного состояния строительных объектов. Все они в полной мере были реализованы на описываемом объекте.

История формирования проблемы

Основной задачей исследования изначально являлось определение причин возникновения неравномерных осадок фундаментных конструкций ТРК (торгово-развлекательного комплекса) в г. Пермь, впоследствии повлекших за собой повреждение основных несущих конструкций сооружения и признание части его аварийным и непригодным к эксплуатации.

Торгово-развлекательный комплекс площадью более 82 000 м² состоит из шести блоков: «А», «В», «С» (блоки первой очереди) и «D», «D1», «D2» (блоки второй очереди), разделенных деформационными швами. Комплекс был введен в эксплуатацию в 2004 г. — первая очередь, в 2008 г. — вторая очередь. В 2009–2010 гг. вдоль длинной его стороны на глубине 25–30 м велось строительство Главного разгрузочного коллектора г. Перми. Диаметр ствола коллектора составил 6 м. Проходка и строительство как самого коллектора, так и разгрузочных шахт велись по технологии, которая предусматривала водопонижение по всем водоносным горизонтам в зоне строительства (два в аллювиальной толще и один по кровле коренных пород). Понижение уровней грунтовых вод, по данным измерений, произошло на 6–8 м по двум верхним горизонтам. На 2007 г. отметка уровня первого горизонта составляла 143 м. На рисунке 1 показана зона депрессии, приуроченная к одной из разгрузочных шахт, рядом с которой производилась откачка воды из двух водопонижающих скважин. Осущение активной толщи аллювиальных грунтов привело к развитию неравномерных осадок по всей площади ТРК и сопряженной с ней территории автопарковки, которая попала в зону развития депрессии. Величины осадок свободной земной поверхности составили порядка 30 см (рис. 2).

В 2010 г. основные несущие конструкции блоков первой очереди стали накапливать деформации, которые привели к образованию дефектов в несущих конструкциях сооружений. В связи с конструктивными особенностями сооружений, виды дефектов и их величины существенно разнились. Наиболее пострадавшими от развития незапланированных неравномерных осадок стали блоки первой очереди — «А», «С» и «В», которые были расположены максимально близко к зоне развития депрессии. Блок «В» в 2010 г. был признан аварийным, выведен из эксплуатации и демонтирован. В 2012 г. был спроектирован, построен и в 2015 г. введен в эксплуатацию новый блок «В» на месте старого сооружения. Блоки «А» и «С» были отремонтированы и частично усилены.

С 2010 г. сотрудниками лаборатории интеллектуального мониторинга ИМСС УрО РАН, г. Пермь ведутся работы по научно-техническому сопровождению данного объекта. Был реализован беспрецедентный проект по исследованию причин развития аварийной ситуации, который включил в себя

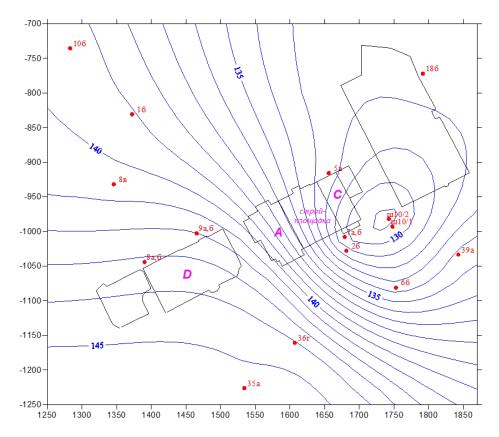


Рис. 1. Карта пьезоизогипс (м. абс.) в районе ТРК на 11.01.2012 г. Буквами А, С, D обозначены блоки первой и второй очередей комплекса

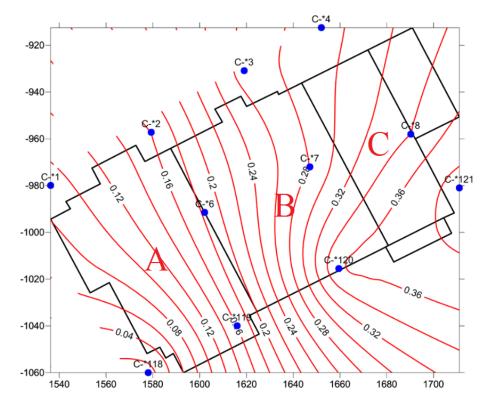


Рис. 2. Схема распределения осадок земной поверхности при снижении уровней подземных вод на территории корпусов A, B и C TPK (прямое использование данных лаборатории по модулям деформаций), м

комплекс инженерно-геологических, гидрогеологических и физико-технических изысканий. На основе исследований получена и верифицирована группа математических моделей на базе программных комплексов ANSYS и PLAXIS, которые позволили установить причину развития неравномерных осадок в сооружениях и в совокупности с методами интеллектуального мониторинга осуществлять прогнозирование технического состояния данной группы зданий.

Интеллектуальный мониторинг

Работы по научно-техническому сопровождению комплекса зданий ТРК начались с изучения проектно-технической документации и проведения ряда специальных исследований. В 2010 г. по результатам изучения материалов было принято решение о создании комплексной системы деформационного мониторинга на несущих конструкциях зданий для регистрации процесса развития неравномерных осадок. Были разработаны и смонтированы на несущие колонны блоков датчики-гидронивелиры с возможностью автоматической регистрации положения мениска гидронивелировочной жидкости в измерительном контуре для каждой контрольной точки [2]. Всего на конструкции зданий было размещено больше 100 различных датчиков, которые в постоянном режиме с 2011 г. производят измерения вертикальных перемещений (рис. 3). С 2012 г. на территории комплекса организовано 12 стационарных наблюдательных скважин, настроенных на измерение уровня грунтовых вод в 2-х горизонтах, приуроченных к аллювиальной толще грунтового массива (рис. 3).

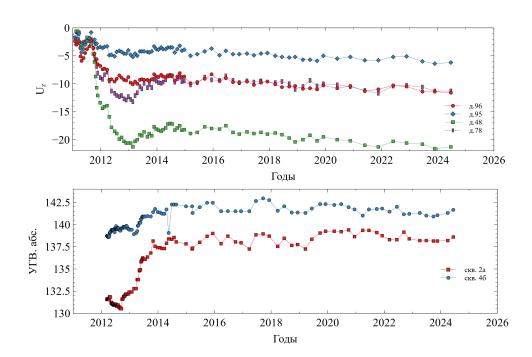


Рис. 3. Показания части датчиков контроля вертикальных перемещений (д.48 и д.78 — Блок «С», д.95 и д.96 — Блок «А») — U_z , мм и абсолютных значений уровня грунтовых вод (УГВ. абс., м) для двух скважин в 2-х горизонтах

Используя методы численного моделирования с помощью двух комплексов программ (CAE ANSYS и PLAXIS), были созданы конечно-элементные (КЭ) модели всего комплекса зданий в совокупности с окружающим грунтовым массивом, который формировал активную толщу грунта. Алгоритм исследований выглядит следующим образом. В первую очередь, на основе данных изысканий, к которым относятся и результаты технического обследования строительного объема всех сооружений, строятся КЭ модели комплекса сооружений в САЕ ANSYS и PLAXIS. Если в комплексе ANSYS упор в построении модели сделан на подробном описании несущих систем конструктивных элементов зданий, то в комплексе PLAXIS максимально правдоподобно реализуется модель грунтового массива в совокупности с водоносными горизонтами. Далее, основываясь на данных изысканий, которые проведены после аварии и организации депрессионной воронки, в первой модели на CAE PLAXIS моделируется процесс водопонижения в активной толще грунтового массива. Далее модель верифицируется данными

натурных измерений, которые выполнены на территории комплекса методом цифрового геодезического нивелирования. Геодезическое нивелирование осуществлено не только по земной поверхности, но и по всем несущим перекрытиям комплекса зданий.

На следующем шаге данные из первой модели в виде поля перемещений (рис. 4) передают во вторую КЭ модель, созданную на базе CAE ANSYS и формируют граничные условия.

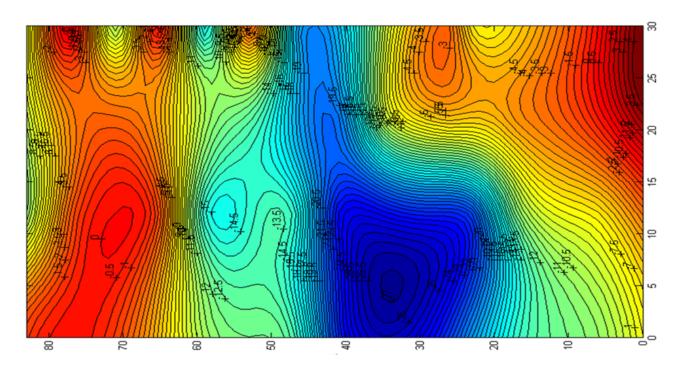


Рис. 4. Поле вертикальных перемещений для блока «С». Длина и ширина блока в м. Значения перемещений на изолиниях в мм

Выполняются расчеты напряженно-деформированного состояния всего массива сооружений. По результатам расчетов производится оценка потенциально аварийных мест комплекса и реализуются отдельно разработанные мероприятия по усилению части конструкций. Действующая система мониторинга контролирует развитие величин осадок и изменения уровня грунтовых вод и в связке с математическими моделями позволяет прогнозировать изменение деформационного состояния несущих конструкций комплекса. На рисунке 5 приведен пример результатов расчета вертикальных перемещений всего здания блока «С» по результатам изысканий.

Заключение

С 2010 г. специалистами лаборатории интеллектуального мониторинга ИМСС УрО РАН произведен большой объем работ по анализу деформационного поведения группы сооружений, которые подверглись техногенному воздействию. Посредством методов интеллектуального мониторинга выявлены и верифицированы закономерности взаимодействия элементов в системе «здание — фундамент — грунтовое основание», которые включают в себя следующие параметры: уровни грунтовых вод в горизонтах активной толщи грунта; различные вариации нагрузок, как временных, так и постоянных на несущих конструкциях комплекса; температурные воздействия при смене времен года и поддержании заданной температуры в помещениях ТРК посредством систем обогрева и кондиционирования; вибрационное воздействие от рельсового транспорта, линии которого проходят через блок «D» ТРК по несущим конструкциям и т. д. С помощью методов мониторинга деформационного состояния и методов математического моделирования созданы прогнозы эволюции деформированного состояния всего массива зданий и близлежащего грунтового массива. Часть прогнозов позволила не допустить развития аварийных ситуаций и произвести своевременное усиление несущих конструкций и их ремонт. Результаты мониторинга легли в основу регламента эксплуатации сооружения. В связи с тем, что процессы накопления осадок продолжаются, мониторинг ведется непрерывно по сей день.

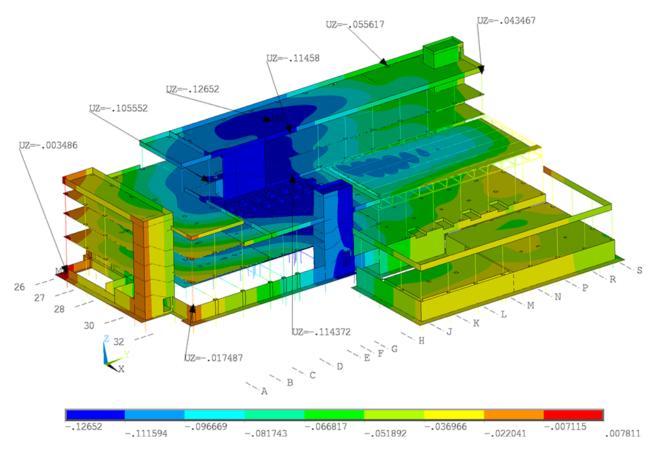


Рис. 5. Изополя вертикальных перемещений конструкции блока «С», м

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Tsvetkov R., Shardakov I., Shestakov A., Gusev G., Epin V. Deformation Monitoring of Load-Bearing Reinforced Concrete Beams. *Procedia Structural Integrity*. 2017;5:620–626. DOI: 10.1016/j.prostr.2017.07.028.
- 2. Epin V. V., Tsvetkov R. V., Shestakov A. P. Application of Feature Recognition to Hydrostatic Leveling Systems. *Measurement Technique*. 2016;59:405. DOI: 10.1007/s11018-016-0980-7.
- 3. Бартоломей М. Л. Численный анализ процесса развития трещин при неравномерных осадках сооружения. *Вычислительная механика сплошных сред*. 2012;5(2):217–224.
- 4. Farrar C. R., Worden K. An Introduction to Structural Health Monitoring. *Philosophical Transactions of the Royal Society A.* 2007;365:303–315. DOI: 10.1098/rsta.2006.1928.
- Radulescu V., Radulescu G., Naș S., Radulescu A., Radulescu C. Structural Health Monitoring of Bridges under the Influence of Natural Environmental Factors and Geomatic Technologies: A Literature Review and Bibliometric Analysis. *Buildings*. 2024;14:2811. DOI: 10.3390/buildings14092811.
- 6. Faraz C., Segbedji J., Muhammad T., Shaista A. Structural Health Monitoring (shm): Advances, Methods and Applications. *International Research Journal of Modernization in Engineering Technology and Science*. 2024;06:2412–2417. DOI: 10.56726/IRJMETS61792.

DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-04

ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ МАТРИЧНОГО МЕТОДА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ В МНОГОСЛОЙНОЙ СРЕДЕ

В. В. Калманович 1,a , А. А. Картанов $^{2,\delta}$

¹ Калужский государственный университет им. К. Э. Циолковского, г. Калуга, Российская Федерация ² ООО «КАМИН-Классик», г. Калуга, Российская Федерация ^a ORCID: https://orcid.org/0000-0002-0682-353X, ♠ v572264@yandex.ru ⁶ORCID: https://orcid.org/0000-0001-9851-2706, kartanovartem@yandex.ru

Аннотация: в работе описан алгоритм решения стационарной и нестационарной задач теплопроводности с идеальным и неидеальным контактом между слоями. Данный алгоритм основан на совместном применении метода обобщенных степеней Берса, матричного метода и метода разделения переменных (метода Фурье). Предложенный подход позволяет в единой форме получить приближенно-аналитическое решение задачи при произвольном числе слоев в среде с плоскими, цилиндрическими или сферическими слоями. Описана программная реализация данного подхода. Разработанная в среде Марlе программа позволяет решить четыре типа задач: это стационарная задача с идеальным или неидеальным контактом и нестационарная задача с идеальным или неидеальным контактом между слоями. Возможно решение краевых задач первого или третьего типов. Полученное решение визуализируется в виде двумерного (для стационарной задачи) или трехмерного (для нестационарной задачи) графика распределения температуры.

Ключевые слова: матричный метод, многослойная среда, уравнение теплопроводности.

Благодарности: исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда и Правительства Калужской области № 23–21–10069 (https://rscf.ru/project/23-21-10069/, https://rscf.ru/en/project/23-21-10069/).

Для цитирования: Калманович В. В., Картанов А. А. Программная реализация матричного метода решения задачи теплопроводности в многослойной среде. *Успехи кибернетики*. 2024;5(4):31-39. DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-04.

Поступила в редакцию: 07.10.2024.

В окончательном варианте: 10.11.2024.

SOFTWARE IMPLEMENTATION OF THE MATRIX METHOD FOR SOLVING THE HEAT CONDUCTION PROBLEM IN A MULTILAYER MEDIUM

V. V. Kalmanovich^{1,a}, A. A. Kartanov^{2,b}

¹ Tsiolkovsky Kaluga State University, Kaluga, Russian Federation
² KAMIN-Classic, OOO, Kaluga, Russian Federation
^a ORCID: https://orcid.org/0000-0002-0682-353X, ✓ v572264@yandex.ru
^bORCID: https://orcid.org/0000-0001-9851-2706, kartanovartem@yandex.ru

Abstract: we developed an algorithm to solve stationary and non-stationary heat conduction problems involving ideal and non-ideal contact between layers. This algorithm integrates the Bers generalized power method, matrix method, and the method of separation of variables (Fourier method). Our approach provides a unified framework for deriving approximate analytical solutions for media with an arbitrary number of layers in flat, cylindrical, or spherical configurations.

We also implemented this approach in the Maple environment, which can address four types of problems: stationary heat conduction with ideal or non-ideal contact and non-stationary heat conduction with ideal or non-ideal contact between layers. The algorithm can solve boundary value problems of the first or third type. The results are temperature distribution curves, either 2D for stationary problems, or 3D for non-stationary ones, enabling clear visualization of the results.

Keywords: matrix method, multilayer medium, thermal conductivity equation.

Acknowledgements: The research is supported by the grant of the Russian Science Foundation and the Government of Kaluga Region No. 23-21-10069 (https://rscf.ru/project/23-21-10069/, https://rscf.ru/en/project/23-21-10069/).

Cite this article: Kalmanovich V. V., Kartanov A. A. Software Implementation of the Matrix Method for Solving the Heat Conduction Problem in a Multilayer Medium. Russian Journal of Cybernetics. 2024;5(4):31–39. DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-04.

Original article submitted: 07.10.2024.

Revision submitted: 10.11.2024.

Введение

Расчет процесса теплопереноса в многослойных средах в настоящее время является весьма распространенной задачей во многих отраслях производства. Такие вопросы возникают при проектировании и строительстве зданий, при создании композитных материалов, при оптимизации конструкции многослойных светоизлучающих структур и др. В настоящей работе рассмотрен один из возможных подходов к решению этой проблемы и его программная реализация.

Предлагаемый подход состоит в совместном применении трех методов: 1) метод обобщенных степеней Берса [1-3], позволивший в единой аналитической форме записать алгоритм решения задачи теплопроводности в среде, обладающей сдвиговой, осевой или центральной симметрией; 2) матричный метод, благодаря которому можно получить аналитическое решение уравнения теплопроводности при любом конечном числе слоев среды; 3) метод Фурье (метод разделения переменных). Наиболее раннее упоминание идеи применения матричного метода для решения задачи теплопроводности в многослойной среде (для случая составных пластин, т. е. только для плоской среды) нам удалось найти в [4], но авторы там же отмечали, что, хотя такой подход позволяет получить аналитическое решение, однако уже для двух слоев оно становится очень громоздким. Так как компьютерная алгебра и символьные вычисления тогда (в середине XX в.) только зарождались, численные методы на практике были предпочтительнее. Видимо, этим объясняется, что идея матричного метода не получила дальнейшего развития для решения задач теплопереноса. Однако этот подход для решения проблемы многокомпонентности встречается сейчас в различных научных исследованиях, например, использование матриц перехода и передаточных матриц при решении задачи Штурма-Лиувилля на кривой с условиями разрывов решений [5], использование матриц переноса в задачах деформации в слоистых средах [6], метод матрицы переноса для моделирования оптических свойств слоистых структур [7] и др.

В наших работах мы развиваем применение матричного метода для моделирования процессов теплопроводности [8] и диффузии в многослойных средах [9] и его программную реализацию.

Постановка задачи

Рассмотрим многослойную среду из n слоев, расположенных от начальной координаты x_1 до конечной x_{n+1} , номер слоя совпадает с номером координаты его левой границы. Рассмотрим одномерный процесс теплопроводности в этой среде, задаваемый уравнением:

$$a_2(x)\frac{\partial}{\partial x}\left(a_1(x)\frac{\partial T}{\partial x}\right) = \frac{\partial T}{\partial t}.$$
 (1)

Поток направлен вдоль оси х перпендикулярно поверхности слоистой среды:

$$J = -a_1(x)\partial T/\partial x$$
.

Для дальнейшего удобства введем операторы:

$$D_1 = a_1(x) \frac{\partial}{\partial x}, \qquad D_2 = a_2(x) \frac{\partial}{\partial x}.$$

Коэффициенты уравнения (1) на каждом слое имеют вид:

$$a_1^{(i)} = p_s \lambda^{(i)} x^s, \qquad a_2^{(i)} = \frac{1}{c^{(i)} \rho^{(i)} x^s},$$

где $\lambda^{(i)}$, $c^{(i)}$, $\rho^{(i)}$ — соответственно коэффициент теплопроводности, теплоемкость и плотность среды на i-м слое. Процессу со сдвиговой симметрией (плоские слои) по оси x соответствует показатель s=0, с осевой симметрией (цилиндрические слои) — s=1 и с центральной симметрией (сферические слои) — s=2. Коэффициент p_s для процессов с различными видами симметрии определен формулами $p_0=1$, $p_1=2\pi$, $p_2=4\pi$. Среда с цилиндрическими или сферическими слоями предполагается полой внутри (координата границы меньшего радиуса $x_1>0$).

Тогда уравнение (1) перепишем послойно в виде:

$$D_2^{(i)}D_1^{(i)}T^{(i)} = \frac{\partial T^{(i)}}{\partial t}, \qquad i = \overline{1,n},$$
 (2)

$$J = -D_1^{(i)} T^{(i)}, \qquad i = \overline{1, n}. \tag{3}$$

На границах слоев зададим условия сопряжения, соответствующие неидеальному контакту:

$$T^{(i+1)}(x_{i+1},t) - T^{(i)}(x_{i+1},t) = -r^{(i+1)}J^{(i)}(x_{i+1},t),$$

$$J^{(i)}(x_{i+1},t) = J^{(i+1)}(x_{i+1},t), \qquad i = \overline{1,n-1},$$
(4)

где $r^{(i+1)}$ — коэффициент теплообмена в точке x_{i+1} контакта i-го и (i+1)-го слоев. В случае идеального контакта принимаем условия непрерывности температуры и потока, которые можно считать частным случаем условий (4) при $r^{(i+1)} = 0$, $i = \overline{1, n-1}$.

На границах среды зададим условия третьего типа:

$$T^{(1)}(x_1,t) - T_1 = -r_1 J^{(1)}(x_1,t), \qquad T_2 - T^{(n)}(x_{n+1},t) = -r_2 J^{(n)}(x_{n+1},t),$$
 (5)

где r_1 и r_2 — коэффициенты термического сопротивления на границах многослойной среды, T_1 и T_2 — внешние температуры на границах среды.

Начальное распределение температуры:

$$T^{(i)}(x,0) = g(x), \qquad x \in [x_i, x_{i+1}], \qquad i = \overline{1,n}.$$
 (6)

Алгоритм решения

Решение задачи (2)–(6) будем искать в виде суммы решений стационарной и нестационарной подзадач $T^{(i)}(x,t)=T_{st}^{(i)}(x)+T_{nonst}^{(i)}(x,t),\,i=\overline{1,\,n},$ которые задаются следующими условиями:

1) стационарная подзадача:

$$D_{2}^{(i)}D_{1}^{(i)}T_{st}^{(i)}(x) = 0, i = \overline{1, n},$$

$$T_{st}^{(i+1)}(x_{i+1},t) - T_{st}^{(i)}(x_{i+1},t) = -r^{(i+1)}J_{st}^{(i)}(x_{i+1},t),$$

$$J_{st}^{(i)}(x_{i+1}) = J_{st}^{(i+1)}(x_{i+1}), i = \overline{1, n-1},$$

$$T_{st}^{(1)}(x_{1}) - T_{1} = -r_{1}J_{st}^{(1)}(x_{1}), T_{2} - T_{st}^{(n)}(x_{n+1}) = -r_{2}J_{st}^{(n)}(x_{n+1}),$$

$$(7)$$

2) нестационарная подзадача:

$$D_{2}^{(i)}D_{1}^{(i)}T_{nonst}^{(i)}(x,t) = \frac{\partial T_{nonst}^{(i)}(x,t)}{\partial t}, \qquad i = \overline{1,n},$$

$$T_{nonst}^{(i+1)}(x_{i+1},t) - T_{nonst}^{(i)}(x_{i+1},t) = -r^{(i+1)}J_{nonst}^{(i)}(x_{i+1},t),$$

$$J_{nonst}^{(i)}(x_{i+1},t) = J_{nonst}^{(i+1)}(x_{i+1},t), \qquad i = \overline{1,n-1},$$

$$T_{nonst}^{(1)}(x_{1},t) = -r_{1}J_{nonst}^{(1)}(x_{1},t), \qquad T_{nonst}^{(n)}(x_{n+1},t) = r_{2}J_{nonst}^{(n)}(x_{n+1},t),$$

$$T_{nonst}^{(i)}(x,0) = g(x) - T_{st}^{(i)}, \qquad x \in [x_{i},x_{i+1}], \qquad i = \overline{1,n}.$$

$$(8)$$

Стационарную задачу решаем с помощью сочетания метода обобщенных степеней Берса и матричного метода, суть которого можно описать как последовательное умножение матриц, характеризующих теплофизические и геометрические параметры слоев.

На сегменте $[x_i, x_{i+1}]$ поставим задачу Коши:

$$T_{st}|_{x_i} = T^{(i)}(x_i), \ J_{st}|_{x_i} = J^{(i)}(x_i).$$

Решение задачи Коши для сегмента $[x_i, x_{i+1}]$ запишем в формализме Берса:

$$T_{st}^{(i)}(x) = T^{(i)}(x_i) - X_i(x, x_i) J^{(i)}(x_i),$$

$$J_{st}^{(i)}(x) = J^{(i)}(x_i).$$
 (9)

где

$$X_i(x,x_i) = \int_{x_i}^x \frac{d\xi}{a_1^{(i)}(\xi)} = \begin{cases} \int_{x_i}^x \frac{d\xi}{\lambda^{(i)}} = \frac{x-x_i}{\lambda^{(i)}} & \text{для плоских слоев,} \\ \int_{x_i}^x \frac{d\xi}{\lambda^{(i)}x} = \frac{1}{\lambda^{(i)}} \ln \frac{x}{x_i} & \text{для осесимметричных слоев,} \\ \int_{x_i}^x \frac{d\xi}{\lambda^{(i)}x^2} = \frac{x-x_i}{\lambda^{(i)}xx_i} & \text{для слоев с центральной симметрией,} \end{cases}$$

$$D_1^{(i)}X_i(x,x_i) = a_1^{(i)}(x) \frac{d}{dx} \int_{x_i}^x \frac{d\xi}{a_1^{(i)}(\xi)} = 1.$$

Введем обозначения:

$$V_{st}^{(i)}(x) = \begin{pmatrix} T_{st}^{(i)}(x) \\ J_{st}^{(i)}(x) \end{pmatrix}, \quad K_{st}^{(i)}(x,x_i) = \begin{pmatrix} 1 & -X_i(x,x_i) \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$V_{st}^{(i)}(x_i) = \begin{pmatrix} T^{(i)}(x_i) \\ J^{(i)}(x_i) \end{pmatrix}, \qquad R^{(i+1)} = \begin{pmatrix} 1 & r^{(i+1)} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

и запишем в матричной форме решение (9) для i-го слоя:

$$V_{st}^{(i)}(x) = K_{st}^{(i)}(x, x_i) V_{st}^{(i)}(x_i)$$

и условия сопряжения в точке контакта слоев:

$$V_{st}^{(i)}(x_{i+1}) = R^{(i+1)}V_{st}^{(i+1)}(x_{i+1}).$$

Тогда решение для (i+1) слоя с учетом условий неидеального контакта:

$$V_{st}^{(i+1)}(x) = K_{st}^{(i+1)}(x, x_{i+1}) V_{st}^{(i)}(x_{i+1}) = K_{st}^{(i+1)}(x, x_{i+1}) \left[R^{(i+1)} K_{st}^{(i)}(x_{i+1}, x_i) V_{st}^{(i)}(x_i) \right]. \tag{10}$$

Тогда решение для всей системы слоев строим, выполняя последовательно подстановку условий согласования (10) в точках контакта слоев, начиная с первого слоя. Получим общий результат для i-го слоя:

$$V_{st}^{(i)}(x) = K_{st}^{(i)}(x, x_i) R^{(i)} K_{st}^{(i-1)} \dots R^{(2)} K_{st}^{(1)}(x_2, x_1) V_{st}^{(1)}(x_1) = K_{st}^{(i,1)}(x, x_1) V_{st}^{(1)}(x_1), \qquad x_i \le x \le x_{i+1}$$
 (11)

В конечной точке x_{n+1} системы слоев получим:

$$V_{st}^{(n)}(x_{n+1}) = K_{st}^{(n,1)}(x_{n+1}, x_1) V_{st}^{(1)}(x_1),$$

откуда, используя краевые условия, находим $T^{(1)}(x_1)$ и $J^{(1)}(x_1)$, подставляем в (11) и получаем решение стационарной подзадачи (7).

Нестационарную подзадачу (8) решаем с помощью сочетания метода Фурье, метода обобщенных степеней Берса и матричного метода.

Частное решение уравнений на слое ищем в виде:

$$T_{nonst}^{(i)}(x,t) = u^{(i)}(x)e^{-\mu^2 t}, \qquad i = \overline{1,n}$$

Тогда амплитудная функция $u^{(i)}(x)$ удовлетворяет уравнению:

$$D_2^{(i)}D_1^{(i)}u^{(i)}(x) + \mu^2 u^{(i)}(x) = 0$$

и условиям неидеального контакта слоев:

$$u^{(i)}(x_{i+1}) = r^{(i+1)}u^{(i+1)}(x_{i+1}), \qquad j^{(i)}(x_{i+1}) = j^{(i+1)}(x_{i+1}), \qquad i = \overline{1,n}$$

где $j^{(i)}(x) = -D_1^{(i)}u^{(i)}(x)$, а также граничным условиям:

$$u^{(1)}(x_1) = -r_1 i^{(1)}(x_1), \qquad u^{(n)}(x_{n+1}) = r_2 i^{(n)}(x_{n+1}).$$

Решение задачи Коши для каждого слоя запишем в формализме Берса:

$$u^{(i)}(x) = u^{(i)}(x_i) \cos \mu X_i(x, x_i) - \frac{1}{\mu} j^{(i)}(x_i) \sin \mu X(x, x_i),$$

$$j^{(i)}(x) = u^{(i)}(x_i) \mu \sin \mu \bar{X}_i(x, x_i) + j^{(i)}(x_i) \cos \mu \bar{X}(x, x_i).$$
(12)

Введем обозначения:

$$K^{(i)}(x,x_i) = \begin{pmatrix} \cos \mu X_i(x,x_i) & -\frac{1}{\mu}\sin \mu X_i(x,x_i) \\ \mu \sin \mu \bar{X}_i(x,x_i) & \cos \mu \bar{X}_i(x,x_i) \end{pmatrix}$$

$$K^{(i)}(x,x_i) = \begin{pmatrix} \cos \mu X_i(x,x_i) & -\frac{1}{\mu}\sin \mu X_i(x,x_i) \\ \mu \sin \mu \tilde{X}_i(x,x_i) & \cos \mu \tilde{X}_i(x,x_i) \end{pmatrix}$$

и запишем решение задачи Коши (12) на і-м слое в матричной форме:

$$V^{(i)}(x) = K^{(i)}(x,x_i)V^{(i)}(x_i).$$

Выражения для элементов матрицы $K^{(i)}(x,x_i)$ для рассматриваемых видов геометрии слоев можно найти в [8].

Условия сопряжения на границах между слоями в матричной форме имеет вид:

$$V^{(i)}(x_{i+1}) = R^{(i+1)}V^{(i+1)}(x_{i+1}).$$

Как и при решении стационарной подзадачи, начиная с первого слоя и выполняя последовательную подстановку, получим:

$$V^{(i)}(x) = K^{(i,1)}(x,x_1)V^{(1)}(x_1), \qquad x \in [x_i,x_{i+1}],$$

где
$$K^{(i,1)}(x,x_1) = K^{(i)}(x,x_i)R^{(i)}K^{(i-1)}(x_i,x_{i-1})...R^{(2)}K^{(1)}(x_2,x_1).$$

В конечной точке системы слоев получим:

$$V^{(n)}(x_{n+1}) = K^{(n,1)}(x_{n+1},x_1)V^{(1)}(x_1).$$

Получив из (12) значения $u^{(n)}(x_{n+1})$ и $j^{(n)}(x_{n+1})$, выраженные через $u^{(1)}(x_1)$ и $j^{(1)}(x_1)$, подставляем их в краевые условия и требуем равенства нулю определителя этой системы. Таким образом, получаем условие определения собственных значений μ_k , доказанное в [8]:

$$\det \left(\begin{array}{cc} 1 & r_1 \\ k_{11}^{(n,1)} - r_2 k_{21}^{(n,1)} & k_{12}^{(n,1)} - r_2 k_{22}^{(n,1)} \end{array} \right) = 0.$$

Далее определяем нормированные собственные функции:

$$f_k^{(i)}(x) = \frac{u_k^{(i)}(x)}{N_k},$$

где $u_k^{(i)}(x)$ — базисная функция, соответствующая собственному значению μ_k , и норма определяется из условия:

$$N_k^2 = \sum_{i=1}^n \int_{x_i}^{x_{i+1}} \frac{1}{a_2^{(i)}(x)} \left(u_k^{(i)}(x) \right)^2 dx.$$

Находим коэффициенты в разложении Фурье:

$$c_k = \frac{1}{N_k} \sum_{i=1}^n \int_{x_i}^{x_{i+1}} \left(g(x) - T_{st}^{(i)}(x) \right) \frac{u_k^{(i)}(x)}{a_2^{(i)}(x)} dx$$

и получаем решение нестационарной подзадачи (8):

$$T_{nonst}^{(i)}(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} c_k f_k^{(i)}(x) e^{-\mu_k^2 t}, \qquad i = \overline{1, n}.$$

Таким образом, имеем решение поставленной задачи (2)–(6):

$$T^{(i)}(x,t) = T_{st}^{(i)}(x) + T_{nonst}^{(i)}(x,t), \qquad i = \overline{1, n}.$$

Описание программной реализации метода

Изложенный алгоритм решения нетрудно программируется в системе компьютерной математики. Нами был разработан программный комплекс в вычислительной среде Maple, который на данный момент позволяет решить и визуализировать в виде трехмерного графика распределения температуры четыре вида задач: стационарную задачу теплопроводности с идеальным или неидеальным контактом между слоями и нестационарную задачу теплопроводности, также с идеальным или неидеальным контактом между слоями. Решение возможно получить при краевых условиях первого или третьего типа.

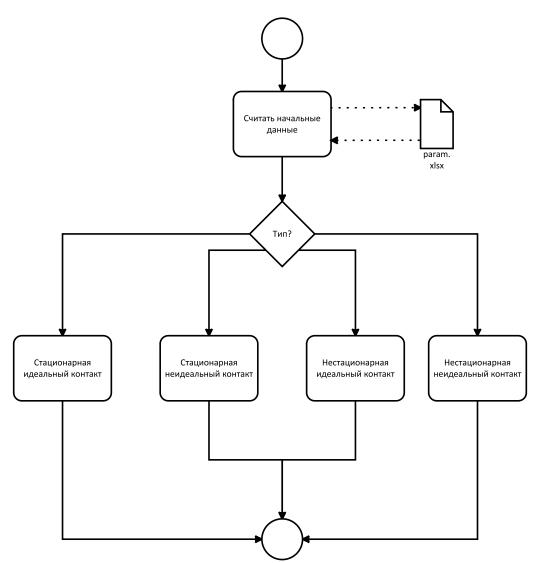


Рис. 1. Схема работы программы решения задачи теплопроводности

Пользователь вводит в файл данных в формате MS Excel исходные параметры. К ним относятся тип краевой задачи (первая или третья), стационарная задача или нет, идеальный контакт между слоями или нет, тип геометрии среды (сдвиговая, осевая или центральная симметрия), количество слоев, теплофизические параметры каждого слоя и координаты их границ, коэффициенты теплового сопротивления на границах (если задача с неидеальным контактом между слоями), количество собственных значений и время окончания процесса (для нестационарной задачи), начальная функция распределения температуры (для нестационарной задачи) и внешние температуры. Все значения параметров указываются в единицах измерения СИ. Затем программа считывает данные и передает их на выполнение

соответствующему модулю. Схема программы показана на рисунке 1. Каждый модуль программы реализует по описанному выше алгоритму решение соответствующей задачи. Например, на рисунке 2 представлен алгоритм выполнения решения нестационарной задачи теплопроводности с неидеальным контактом между слоями. Другие модули имеют схожую структуру. Затем выводится результат в виде графика решения.

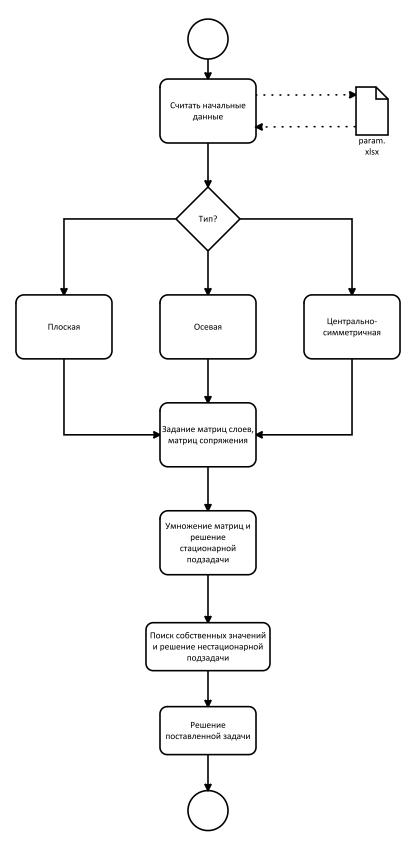


Рис. 2. Схема работы расчетного модуля «Нестационарная неидеальный контакт»

На рисунке 3 показан пример визуализации решения нагрева 5-слойной плоской среды с неидеальным тепловым контактом между слоями и при условиях третьего типа на границах. Внешние температуры $T_1 = 50^{\circ}C$ и $T_2 = 10^{\circ}C$. Параметры слоев соответствуют теплофизическим параметрам материалов: сталь (первый и пятый слои), алюминий (третий слой), кирпич (второй и четвертый слои).

Решение выполняется достаточно быстро, например, представленное на рисунке 3 решение получено за 16 с на персональном компьютере. В случае усложнения геометрии среды, увеличения числа собственных значений (например, до 20–30) и количества слоев (до 7–8) время расчета увеличивается до нескольких минут.

Заключение

В работе приведен алгоритм решения задачи теплопроводности с неидеальным тепловым контактом между слоями и описана его программная реализация, приведен пример расчетов. В полученную программу в дальнейшем могут быть включены дополнительные расчетные функции, например, может быть добавлено сравнение погрешностей решений при различном количестве найденных собственных значений для одних и тех же исходных данных.

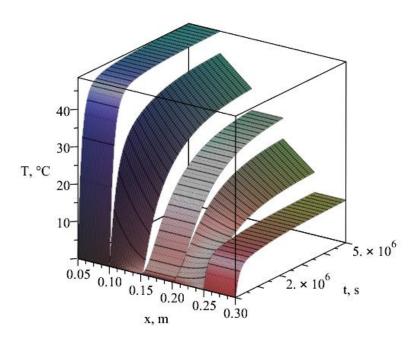


Рис. 3. Пример результата решения нестационарной задачи теплопроводности с неидеальным контактом

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Bers L., Gelbart A. On a Class of Functions Defined by Partial Differential Equations. *Transactions of the American Mathematical Society*. 1944;56(1):67–93.
- 2. Гладышев Ю. А. О последовательности обобщенных степеней Берса с внутренней структурой. Математические заметки. 1994;55(3):21–34.
- 3. Гладышев Ю. А. О методе построения обобщенных степеней Берса в комплексном пространстве. *Итоги науки и техники. Современная математика и ее приложения. Тематические обзоры.* 2021;200:36–44. DOI: 10.36535/0233-6723-2021-200-36-44.
- 4. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. М.: Наука; 1964. 488 с.
- 5. Golubkov A. A. Inverse Problem for the Sturm-Liouville Equation with Piecewise Entire Potential and Piecewise Constant Weight on a Curve. *Сибирские электронные математические известия*. 2021;18(2):951–974. DOI: /10.33048/semi.2021.18.072.
- 6. Беляев Ю. Н. Методы вычислений матриц переноса упругих деформаций. *Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета*. *Механика*. 2013;3:63–110.
- 7. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука; 1970. 720 с.

- 8. Калманович В. В. О построении решения задачи теплопроводности в многослойной среде с неидеальным тепловым контактом между слоями. *Таврический вестник информатики и математики*. 2021;2:43–52. DOI: 10.37279/1729-3901-2021-20-2-43-52.
- 9. Kalmanovich V. V., Stepovich M. A., Seregina E. V. Comparison of Analytical and Numerical Modeling of Distributions of Nonequilibrium Minority Charge Carriers Generated by a Wide Beam of Medium-Energy Electrons in a Two-Layer Semiconductor Structure. *Journal of Physics: Conference Series*. 2020;1479:012116. DOI: 10.1088/1742-6596/1479/1/012116.

DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-05

ПРОГРАММНЫЙ МОДУЛЬ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ПЛАНОВОЙ ПОТРЕБНОСТИ В МЕДИЦИНСКОЙ ПРОДУКЦИИ

В. Д. Крыжановский

Воронежский государственный университет, г. Воронеж, Российская Федерация ORCID: http://orcid.org/0009-0003-6145-1649, 🛍 vlad0kryzh@gmail.com

Аннотация: данная статья посвящена оценке достаточности имеющихся данных для факторного анализа с целью создания формулы плановой потребности в рамках годовой заявки с целью снижения трудовых затрат персонала. Для реализации использовался язык программирования С# и средства Microsoft Excel. В наборе данных рассматриваются такие данные, как численность льготополучателей региона, страдающих сахарным диабетом, среднегодовое изменение такой численности, количество получаемого препарата, половой состав пациентов, страдающих диабетом, их возрастной состав и количество пациентов, разделенных на три группы по количеству льготных категорий: с одной категорией, двумя категориями и тремя и более категориями. В работе используются упрощения, не оказывающие существенного влияния на получаемые значения в силу специфики предметной области. Полученные результаты указывают на перспективность реализации данного метода, планируется создание и обучение нейронной сети для формирования более точных формул расчета плановой потребности. Также сделан вывод о необходимости изучить вопрос автоматизированного создания модели для факторного анализа с целью проверки качества текущей модели. Для позиций, имеющих достаточный объем данных для обучения нейронной сети, эффективно предсказывающей плановую потребность, имеет смысл использовать ее, а не рассматриваемое решение.

Ключевые слова: факторный анализ, плановая потребность, нейронные сети, здравоохранение. Для цитирования: Крыжановский В. Д. Программный модуль прогнозирования плановой потребности в медицинской продукции. Успехи кибернетики. 2024;5(4):40–44. DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-05.

Поступила в редакцию: 09.10.2024. В окончательном варианте: 11.11.2024.

DEMAND FORECASTING SOFTWARE FOR MEDICAL PRODUCTS

V. D. Kryzhanovsky

Voronezh State University, Voronezh, Russian Federation ORCID: http://orcid.org/0009-0003-6145-1649, 🔊 vlad0kryzh@gmail.com

Abstract: this study evaluates the sufficiency of available data for factor analysis to develop an equation for calculating planned annual requirements, aiming to reduce labor costs. The implementation uses C# and Microsoft Excel. The dataset includes such variables as the number of patients with diabetes mellitus in the region, the average annual change in their numbers, the number of drugs received, the gender and age of the patients, and the distribution of patients into three categories of government benefits they are entitled to. Simplifications are applied where they do not significantly impact the results. The findings highlight the potential of this approach. We are going to develop and train a neural network to obtain more precise equations. The study also emphasizes the need to explore automated model creation for factor analysis to assess the current model's quality. For cases where sufficient data is available to train a neural network that reliably predicts planned requirements, adopting neural network solutions is recommended over the current approach.

Keywords: factor analysis, demand, neural networks, healthcare.

Cite this article: Kryzhanovsky V. D. Demand Forecasting Software for Medical Products. Russian Journal of Cybernetics. 2024;5(4):40–44. DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-05.

Original article submitted: 09.10.2024. Revision submitted: 11.11.2024.

Введение

Сбор плановой потребности в медицинской продукции — ответственный процесс, позволяющий сотрудникам центрального органа здравоохранения региона произвести государственную закупку

препаратов, необходимых льготным пациентам региона. В рамках этого процесса производится анализ плановой потребности, заключающийся в указании каждой медицинской организацией региона, выписывающей льготные рецепты, количества медицинской продукции для каждой из возможных для заявления позиций единого справочника-каталога лекарственных препаратов, медицинских изделий, лечебного питания и иной медицинской продукции на тот период, на который собирается потребность в рамках лимитов, установленных центральным органом здравоохранения региона Российской Федерации.

В рамках данной статьи будут рассматриваться препараты, содержащие в себе одно действующее вещество — «метформин» (гидрохлорид метформина) — в дозировке 850 мг. В силу специфики задачи, решаемой в данной статье, персонифицированная потребность рассматриваться не будет.

Данный препарат входит в перечень «жизненно необходимых и важнейших лекарственных препаратов». С точки зрения фармакодинамики, препарат снижает гипергликемию, но не приводит к развитию гипокликемии. Препарат используется для профилактики сахарного диабета у пациентов, страдающих предиабетом, а также назначается при сахарном диабете второго типа [1].

Метформин — один из самых назначаемых противодиабетических препаратов с многокомпонентным органным и системным действием, эффективно и долгосрочно контролирующий уровень глюкозы в крови и предоставляющий дополнительные преимущества пациентам с сахарным диабетом второго типа в отношении контроля некоторых факторов риска сердечно-сосудистых заболеваний (избыточная масса тела, дислипидемия, инсулинорезистентность и состояния, ассоциированные с ней), снижения сердечно-сосудистой смертности, риска некоторых форм рака.

Возможности применения метформина при СПКЯ (синдром поликистозных яичников) у взрослых и подростков, при НАЖБП (неалкогольная жировая болезнь печени) у детей закреплены в актуальных клинических рекомендациях. В остальном же значительный потенциал плейотропных эффектов препарата в области онкологии, неврологии, офтальмологии, антивозрастной медицины требует дальнейшего изучения [2].

Ранее была реализована рекуррентная нейронная сеть с использованием ДКП («долгая краткосрочная память», англ. «Long Short-Term Memory», или LSTM), позволяющая прогнозировать неперсонифицированную потребность в данном препарате более точно, чем у «наивного» алгоритма [1].

В силу технических особенностей используемого программного решения точность предсказания может изменяться даже при обучении на одних и тех же данных, что может затруднить промышленную эксплуатацию данного метода прогнозирования.

Также важным моментом использования нейронных сетей для предсказания плановой потребности является потребность в большом количестве данных о назначении препарата.

В частности, для обучения упомянутых выше нейронных сетей были использованы имеющиеся на тот момент данные о льготном лекарственном обеспечении населения за период 01.01.2021–16.11.2023 — два набора по 1050 дней. Для обучения используются данные о 960 днях, для тестирования — о последних 90 днях.

В регионе 1 фактическая потребность составила 136260 единиц препарата, а расчетная потребность на тот же период — 149520 единиц, что означает превышение фактического расхода на 9,73% [1].

В регионе 2 фактическая потребность составила 282150 при расчетной в 294540, что означает превышение на 4,39%.

Кроме того, следует отметить, что реализованная ранее нейронная сеть корректно предсказала специфические колебания предъявленной потребности в препарате, что, однако, не позволило ей корректно предсказать всплеск потребности в препарате, вызванный увеличением количества обратившихся за препаратом пациентов. Это также может быть критично для промышленной эксплуатации системы.

Таким образом, данная статья посвящена проверке возможности эффективно использовать имеющиеся статистические данные для прогнозирования плановой потребности с использованием факторного анализа.

Реализация

В качестве выборки, на которой производится выведение формулы назначения препарата, используются обезличенные данные реальной предъявленной потребности населения двух субъектов Российской Федерации за период 01.01.2021–31.08.2024.

В качестве периода, на котором производится расчет, выберем данные за 01.01.2021–31.12.2023. В качестве данных, которые будут сверяться с прогнозируемым количеством, — период 01.01.2024–31.08.2024. То есть был произведен расчет потребности на год, его домножение на 2/3 и сравнение полученного числа с фактически предъявленной и плановой потребностью. Использование домножения может казаться сомнительным решением, однако в силу специфики потребности в препарате может рассматриваться как не ведущее к существенным ошибкам.

Альтернативным решением является отказ от использования промежутка с 01.01.2024 года и использование для проверки эффективности данные за 2023 год, однако это сократило бы тот набор данных, который используется для вычисления коэффициентов. При этом отбрасывание трети имеющихся данных рассматривается как путь, оказывающий более существенное влияние на результат.

В качестве параметров формулы потребности региона в препарате рассматриваются следующие параметры:

- 1) численность льготополучателей региона, страдающих сахарным диабетом;
- 2) среднегодовое изменение численности пациентов, страдающих сахарным диабетом;
- 3) половой состав пациентов, страдающих сахарным диабетом (женщины страдают им чаще);
- 4) возраст пациентов, страдающих сахарным диабетом;
- 5) количество имеющихся у пациента льготных категорий и диагнозов;
- 6) количество получаемого препарата.

Основная идея факторного анализа заключается в разложении некоторой результирующей переменной — в нашем случае, количества заявленного препарата — на множество компонентов, каждый из которых характеризует влияние того или иного фактора.

Основными предпосылками для применения данного метода являются:

- 1) определение модели путем логического анализа;
- 2) объединение влияющих на результат показателей, если это возможно;
- 3) применение метода производится к такому отрезку времени, за который не происходит существенного изменения свойств объекта в нашем случае, это множество пациентов и их заболеваний.

Сначала был произведен факторный анализ количества назначений в разрезе количества имеющихся льготных категорий и влияние их количества на вероятность назначения препарата (когда одна из категорий связана с диабетом). После этого был произведен факторный анализ количества назначенного препарата в единицах измерения препарата в зависимости от возраста, среднего количества назначаемого препарата, полового состава и среднего возраста пациентов.

Полученные результаты

Регион 1:

$$G = (p1 \times 0.95 + p2 \times 1 + p3 \times 1.2) \times 60 \times cW \div cM \div |m - 60|$$
.

Регион 2:

$$G = (p1 \times 1 + p2 \times 0.95 + p3 \times 1.15) \times 60 \times cW \div cM \div |m - 66|$$

G — плановая потребность в препарате, p1 — количество пациентов с одной категорией с учетом ожидаемого изменения численности пациентов на основе данных за предыдущий период; p2 — количество пациентов с двумя категориями с учетом ожидаемого изменения численности пациентов на основе данных за предыдущий период; p3 — количество пациентов с тремя и более категориями с учетом ожидаемого изменения численности пациентов на основе данных за предыдущий период; m — средний возраст пациентов, обращавшихся за льготным лекарственным обслуживанием в прошлом году; cW и cM соответственно — количество женщин и мужчин среди обратившихся пациентов. Множитель 60 обозначает 60 таблеток препарата в данной дозировке, а вычитаемое из m значение под знаком модуля — средний возраст льготополучателей, округленный до количества лет.

В рамках примерного сравнения это не имеет решающего значения, но в рамках промышленной эксплуатации необходимо предусмотреть некоторое решение для случая обращения значения под знаком модуля в ноль.

Введем допущение о том, что в 2024 году не появится новых льготополучателей. В сравнении с классическим методом сбора плановой потребности это не является отклонением от формальной

процедуры: потребность планируется на уже имеющихся в регионе льготополучателей. В рамках промышленной эксплуатации имеет смысл добавление параметров, указывающих на ожидаемое изменение количества пациентов с различным количеством льготных категорий и вызванного этим колебания среднего возраста.

Далее домножим полученное значение на 2/3 и сравним результат с фактически предъявленной потребностью.

При применении формулы расчета, полученной на данных региона 1, для предсказания потребности в регионе 1, полученная точность прогноза составила 81%. Для региона 2-74%.

При применении формулы расчета, полученной на данных региона 2, для предсказания потребности в регионе 1, полученная точность прогноза составила 71%. Для региона 2-79%.

Полученные результаты являются недостаточными для промышленной эксплуатации полученных формул, однако демонстрируют, что имеющийся набор данных охватывает факторы, достаточные для предсказания фактически предъявленной потребности.

Следует отметить, что реализованная ранее нейронная сеть на аналогичном наборе данных аналогичного состава, без учета 2024 года, демонстрировала превышение прогнозного фактического расхода на 9,73%. Для региона 2 аналогичное превышение составило 4,39%. Данное превышение может быть критично для дорогостоящих, наркосодержащих и имеющих малый срок годности препаратов.

Причины получения частично удовлетворительного результата

Имеющиеся данные касаются исключительно препаратов, полученных в рамках льготного лекарственного обслуживания, то есть влияние препаратов, закупленных за счет пациента, не учитывается.

Отсутствие более подробных сведений о состоянии здоровья пациентов, данных их анализов, исполнения и неисполнения рекомендаций лечащих врачей также сказывается на эффективности прогнозирования потребности в медицинской продукции.

Также имеющаяся выборка содержит преимущественно заболевания, которые «дают» региональные и федеральные льготы части льготного лекарственного обеспечения, могут не содержать фактически имеющиеся заболевания и не содержат назначения, сделанные пациентам в стационарах.

Кроме того, использование множителя 2/3 к предсказываемой потребности для сравнения может быть некорректно, хотя данный препарат не имеет ярко выраженной сезонности применения. Также следует отметить, что возможной является недостаточная качественность самой модели.

Для позиций с большим количеством данных о льготном лекарственном обеспечении, вероятно, будет эффективнее применять иные решения, а реализация сбора персонифицированной потребности на текущем составе набора данных с помощью факторного анализа не представляется возможной.

Тем не менее, результат рассматривается как достаточно перспективный для дальнейшего совершенствования конкретной методологии формирования формулы плановой неперсонифицированной потребности в медицинской продукции.

В отличие от реализованного ранее метода формирования заявки, факторный анализ не требует наличия большого количества данных о произведенных назначениях, что позволяет применять предложенную методологию для более широкого списка позиций, доступных для заявки в рамках различных заявочных кампаний и с меньшей задержкой на накопление первичной информации.

В дальнейшем планируется произвести обучение нейронной сети для получения в качестве выходных параметров данной сети коэффициентов, необходимых для построения формулы составления плановой потребности, а также изучить вопрос автоматизированного создания модели для факторного анализа для проверки качества текущей модели.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Крыжановский В. Д. Использование рекуррентных нейронных сетей для прогнозирования плановой потребности региона. *Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики*. Воронеж: Научно-исследовательские публикации; 2023. С. 1411–1415.
- 2. Друк И. В., Ряполова Е. А. Метформин: обновленные рекомендации и плейотропный потенциал. *Терапия*. 2016;4(8):44–51.
- 3. Архив Корнеллского университета. Режим доступа: https://arxiv.org/pdf/1909.00590v2.pdf.

- Программный модуль прогнозирования плановой потребности в медицинской продукции
- 4. Tarkov M., Kozhushko O. Regression Analysis of Text Ranking Algorithms by Neural Networks. *Bulletin of the Novosibirsk Computing Center. Series: Computer Science*. 2016;39:63–70. DOI: 10.31144/bncc.cs.2542-1972.2016.n39.p63-70.
- 5. Терехов С. А. *Введение в байесовы сети*. М.: Московский инженерно-физический институт; 2003. 186 с.
- 6. Платформа TensorFlow: официальный сайт. Режим доступа: https://www.tensorflow.org/.
- 7. Шовин В. А., Гольтяпин В. В. Факторное моделирование с помощью нейронной сети. *Математическое моделирование и численные методы*. 2016;2:85–103. DOI: 10.18698/2309-3684-2016-2-85103.
- 8. Лила В. Б., Пучков Е. В. Методология обучения рекуррентной искусственной нейронной сети с динамической стековой памятью. *Программные продукты и системы*. 2014;4:132–135. DOI: 10.15827/0236-235X.108.132-135.
- 9. Тетерин Д. А., Хабибулин Р. Ш., Гудин С. В. Обзор применения искусственных нейронных сетей в управлении социальными и экономическими системами. *Научные ведомости. Серия Экономика. Информатика.* 2018;45(3):574–583. DOI: 10.18413/2411-3808-2018-45-3-574-583.
- 10. Иберла К. Факторный анализ. М.: Финансы и статистика; 1980. 398 с.

DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-06

ЭФФЕКТИВНОЕ СОЧЕТАНИЕ МЕТОДА ГРАНИЧНЫХ СОСТОЯНИЙ И АЛГОРИТМА ШВАРЦА ПРИ ОЦЕНКЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ПОЛОСТНОГО ТЕЛА

В. Б. Пеньков^а, Л. В. Левина^{δ}, В. Н. Уланов^{δ}, А. А. Копцева^{ϵ}

Липецкий государственный технический университет, г. Липецк, Российская Федерация ^a ORCID: https://orcid.org/0000-0002-6059-1856, vbpenkov@mail.ru ^б ORCID: https://orcid.org/0000-0002-7441-835X, ♠ satalkina_lyubov@mail.ru ^в ulanov-vityusha@yandex.ru, ^г koptseva-a14@mail.ru

Аннотация: выполнена оценка эффективности использования алгоритма Шварца в комбинации с энергетическим методом граничных состояний (МГС) на каждом шаге итерационного процесса в сравнении с «прямым» использованием МГС для двухполостного упругого тела. Оценена экономия временных затрат на проведение расчетов и обнаружен высокий уровень сходимости в трехмерном случае. Комбинированный метод использован для решения задачи об оценке пределов возможной локализации сферической полости в биконусном теле при фиксированном варианте нагружения по поверхности. Сделаны выводы.

Ключевые слова: алгоритм Шварца, метод граничных состояний, МГС, оценка прочности.

Для цитирования: Пеньков В. Б., Левина Л. В., Уланов В. Н., Копцева А. А. Эффективное сочетание метода граничных состояний и алгоритма Шварца при оценке напряженно-деформированного состояния полостного тела. Успехи кибернетики. 2024;5(4):45–50. DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-06.

Поступила в редакцию: 01.10.2024.

В окончательном варианте: 05.11.2024.

AN EFFECTIVE COMBINATION OF THE METHOD OF BOUNDARY STATES AND THE SCHWARTZ METHOD FOR EVALUATING THE STRESS-STRAIN BEHAVIOR OF A CAVITY BODY

V. B. Penkov^a, L. V. Levina^b, V. N. Ulanov^c, A. A. Koptseva^d

Lipetsk State Technical University, Lipetsk, Russian Federation

^a ORCID: https://orcid.org/0000-0002-6059-1856, vbpenkov@mail.ru

^b ORCID: https://orcid.org/0000-0002-7441-835X, 🔊 satalkina_lyubov@mail.ru

^c ulanov-vityusha@yandex.ru, ^d koptseva-a14@mail.ru

Abstract: we estimated the efficiency of the Schwartz method combined with the energy-based method of boundary states (MBS) at each step of the iterative process and compared it with the direct application of MBS to a two-cavity elastic body analysis. We found better computational performance and a high level of convergence in the 3D case. The combined approach was used to estimate the limits of possible localization of a spherical cavity in a biconical body in a given surface load case.

Keywords: Schwartz method, method of boundary states, MBS, structural analysis.

Cite this article: Penkov V. B., Levina L. V., Ulanov V. N., Koptseva A. A. An Effective Combination of the Method of Boundary States and the Schwartz Method for Evaluating the Stress-Strain Behavior of a Cavity Body. Russian Journal of Cybernetics. 2024;5(4):45–50. DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-06.

Original article submitted: 01.10.2024. Revision submitted: 05.11.2024.

Непосредственное применение метода граничных состояний

В МГС под внутренним состоянием ξ объекта понимается избыточный набор характеристик, согласованных определяющими соотношениями среды. Граничным состоянием γ является след внутреннего состояния на границе тела. Множества внутренних и граничных состояний в эластостатике образуют изоморфные гильбертовы пространства $\Xi \leftrightarrow \Gamma$ со скалярными произведениями, равными для любых изоморфных пар элементов:

$$\left(\xi^{(1)}, \xi^{(2)}\right)_{\Xi} = \left(\gamma^{(1)}, \gamma^{(2)}\right)_{\Gamma}, \qquad \xi^{(k)} \leftrightarrow \gamma^{(k)}.$$

Эффективное сочетание метода граничных состояний и алгоритма Шварца при оценке напряженно-деформированного состояния полостного тел

Обозначим счетные базисы пространств Ξ , Γ через $\overline{\Xi}$, $\overline{\Gamma}$. При практическом применении используем конечные отрезки Ξ , $\overline{\Gamma}$ этих базисов — векторы размерности $|\Xi| = |\overline{\Gamma}| = N$.

В случае однополостного ограниченного объекта удобно 3D-область, занятую телом, определять как пересечение $V=V^+\cap V^-$, где V^+ — односвязная ограниченная область, V^- — внешность односвязной ограниченной полости. Удобство объясняется тем, что базис пространства внутренних состояний можно формировать как объединение базисов двух подпространств $\Xi=\Xi^+\cup\Xi^-$. Наборы состояний $\xi^\pm\in\Xi^\pm$ формируются на основе общих решений Аржаных—Слободянского [1] разрешающей системы уравнений Ламе [2], в которых используются базисы функций, гармонических в соответствующих подобластях [3].

Обозначим через N^{\pm} мощности соответствующих множеств: $N^{\pm} = |\overrightarrow{\Xi}^{\pm}|$. Тогда $N = N^{+} + N^{-}$ в силу линейной независимости элементов базиса Ξ , входящих в $\overrightarrow{\Xi}^{\pm}$. Далее понимаем под состояниями ξ , γ наборы полевых характеристик:

$$(\xi = \{u_i, \varepsilon_{ij}, \sigma_{ij}\}, x \in V), \qquad (\gamma = \{u_i, p_i\}, x \in \partial V, p_i = \varepsilon_{ij}\big|_{\partial V} n_i),$$

где ∂V означает границу области V, $\{n_i\}$ — единичный вектор внешней нормали к границе, $\{u_i\}$ — вектор перемещения в точке $x=\{x_1,x_2,x_3\}$, ε_{ij} , σ_{ij} — компоненты тензоров деформаций и напряжений.

Скалярные произведения изоморфных гильбертовых пространств в задачах эластостатики определяются тройной формулой (тензорно-индексная форма записи):

$$\left(\xi^{(1)}, \xi^{(2)}\right)_{\Xi} \equiv \int_{V} \sigma_{ij}^{(1)} \varepsilon_{ij}^{(2)} dV = \int_{\partial V} p_i^{(1)} u_i^{(2)} dS \equiv \left(\gamma^{(1)}, \gamma^{(2)}\right)_{\Gamma}. \tag{1}$$

При практическом решении задач следует выполнить ортогонализацию изоморфных отрезков базисов $\overrightarrow{\Xi} \leftrightarrow \overrightarrow{\Gamma}$. В случае тела, содержащего полости, более рационально с вычислительной точки зрения пользоваться скалярным произведением в пространстве граничных состояний (на границе ∂V элементы базиса $\overline{\Gamma}$ сингулярностей не содержат; сингулярности определены внутри области V).

Процедура ортогонализации — энергоемкая. Это обусловлено двумя причинами: 1) количество действий по вычислению кратных интегралов в скалярных произведениях существенно возрастает при увеличении N (квадратичная зависимость); 2) для достижения достаточной точности при увеличении N требуется повышать и длину мантиссы в десятичном представлении чисел.

Искомые состояния (внутренние $\xi \in \Xi$, граничные $\gamma \in \Gamma$) ищутся в виде рядов Фурье по элементам ортонормированных базисов:

$$\xi = \sum_{k} c_k \xi^{(k)}, \qquad \gamma = \sum_{k} c_k \gamma^{(k)}, \tag{2}$$

для чего используется информация, содержащаяся в граничных условиях. Например, если на границе тела заданы поверхностные усилия p_i^0 , то из (1) и (2) следует, что $c_k = \left(p_i^0, u_i^{(k)}\right)_\Gamma$.

О точности решения можно судить по двум факторам: 1) неравенство Бесселя $\sum_k c_k^2 \le (\gamma, \gamma)_\Gamma$ позволяет эффективно подобрать значение натурального N; 2) квадратичная интегральная невязка построенного приближенного решения с заданными граничными условиями напрямую свидетельствует о точности результата.

В случае смешанных ГУ использование рядов Фурье (2) приводит к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений (при усечении базиса до размерности N- к системе уравнений этой же размерности) [3]. Основная трудоемкость определяется процессом ортогонализации.

Эффективный алгоритм Шварца

«Алгорифм» Шварца заявлен для задач математической физики в конце 19 века [4]. Сжимаемость отображения итерационного процесса Шварца не доказана. В задачах для 2D-тел он показал достаточно медленную сходимость. Его сочетание с МГС выполнено успешно [5]: сходимость в 3D-пространствах для задач статической упругости оказалась весьма быстрой.

В случае двусвязных областей (например, $V=V^+\cap V^-$) схема алгоритма достаточно простая. <u>Шаг 0.</u> Решается краевая задача для тела, занимающего область V^- . ГУ соответствуют заданным требованиям. Отслеживаются состояния $\xi_{\langle 0 \rangle}^- \leftrightarrow \gamma_{\langle 0 \rangle}^-$. Форма границы ∂V^+ позволяет оценить след $\overline{\gamma}^+$ состояния $\xi^-_{\langle 0 \rangle}$ и внести поправку в ГУ на ∂V^+ . После этого решается краевая задача для ∂V^+ со скорректированными ГУ и строятся состояния $\xi^+_{\langle k \rangle} \leftrightarrow \gamma^+_{\langle k \rangle}$.

<u>Шаг k.</u> Оценивается поправка $\overline{\gamma}^+$ для ГУ на ∂V^- и выполняется коррекция ГУ в задаче для V^- . Решается краевая задача для V^- , вычисляется след $\overline{\gamma}^+$ от $\xi_{\langle k \rangle}^-$ на ∂V^+ , вносится поправка в ГУ задачи для области V^+ . Строится $\xi_{\langle k \rangle}^+ \leftrightarrow \gamma_{\langle k \rangle}^+$. Оценивается уровень поправок, выполненных на шаге k. Если он достаточно высок, то осуществляется переход к шагу k+1. В противном случае итерационный процесс можно считать оконченным.

Эффективность алгоритма Шварца подтверждается рядом факторов:

- 1) процесс ортогонализации методом Грама–Шмидта [6] состоит в преобразовании матрицы Грама, состоящей из скалярных произведений всех элементов удерживаемого отрезка базиса состояний. В «прямом» подходе требуется вычислять $\nu = \left(N^+ + N^-\right)\left(N^+ + N^- + 1\right)/2$ кратных интегралов. При подходе Шварца объект вычислений существенно ниже: $\nu = \left(\nu^+ + \nu^-\right)$, $\nu^\pm = N^\pm \left(N^\pm + 1\right)/2$;
- 2) для выписывания ортонормированного базиса в «прямом» подходе строится матрица Шмидта *S*, умножением слева на которую исходные базисы преобразуются в ортонормированные:

$$\overrightarrow{\Xi}_0 = S\overrightarrow{\Xi}, \qquad \overrightarrow{\Gamma}_0 = S\overrightarrow{\Gamma}.$$

В «прямом» подходе размерность матрицы S равна ν . При проведении ортогонализации требуется объем вычислений, приближенно оцениваемый квадратом числа ν , т.е. $\nu^2 = (\nu^+ + \nu^-)^2$. В подходе Шварца для матриц S^\pm имеем соответствующие оценки трудоемкости $(\nu^+)^2$, $(\nu^-)^2$. Этот объем вычислений меньше практически вдвое;

- 3) для обеспечения вычислительной точности надо в представлении чисел удерживать длину мантиссы, обеспечивающую требуемое значение значащих цифр в результатах счета. Опыт показал значительный рост потребной длины мантиссы в зависимости от ν и, как следствие, нелинейно возрастающие временные затраты на проведение операций. Этот фактор существенно подчеркивает эффективность подхода Шварца;
- 4) процедура ортогонализации базисов как в «прямом» подходе, так и в алгоритме Шварца выполняется единственный раз, поскольку корректировка ГУ влияет только на формирование вектора правых частей разрешающей системы линейных алгебраических уравнений. В основных задачах теории упругости этот вектор уже является набором искомых коэффициентов Фурье. В методе Шварца в комбинации с МГС преобразование смешанных ГУ в разрешающую систему уравнений достаточно выполнить только на первом шаге приближения. На всех последующих шагах удобно пользоваться аппаратом решения любой основной задачи средствами МГС;
- 5) практически установлена весьма быстрая сходимость алгоритма Шварца (2÷4 итерации) для многополостных ограниченных 3D-тел [5].

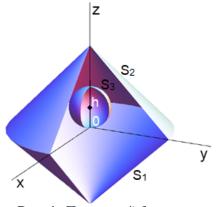


Рис. 1. Полостной биконус

Напряженно-деформированное состояние полостного биконуса

Рассматривается однородное изотропное упругое тело в форме биконуса, содержащего сферическую полость (рис. 1). Положение полости варьируется вдоль оси биконуса параметром h. Требуется оценить влияние положения полости на НДС тела и установить предельное значение положения цен-

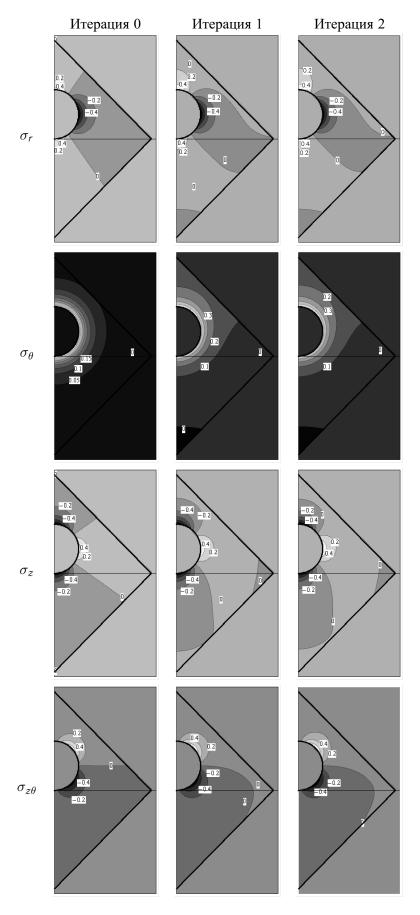


Рис. 2. Купюры полей напряжений: σ_r — радиальное, σ_{θ} — окружное, σ_z — осевое, $\sigma_{z\theta}$ — сдвиговое напряжения

тра полости, допускающее упругое состояние предразрушения. Граничные условия: боковые поверхности — свободны от нагрузки, полость нагружена постоянным внутренним давлением p_0 .

Расчеты выполнялись для определяющих соотношений, представленных в обезразмеренной форме. Параметры обезразмеривания: μ — модуль сдвига, R — радиальный размер оснований конусов. Величина p_0 является масштабом на графиках, отображающих все напряжения, кроме интенсивности напряжений σ_i .

Расчеты выполнялись для трех вариантов безразмерного параметра $h \in \{0, 0.125, 0.25\}$. На рис. 2 приведен вариант для h = 0.25 и безразмерного радиуса сферической полости 0.25. Приведены иллюстрации для радиального σ_r , окружного σ_θ , осевого σ_z , сдвигового $\sigma_{z\theta}$ напряжений. Линии уровня помечены долями от p_0 . Нулевой уровень напряжений соответствует фону сечения биконуса (внутренность полости, внешность биконуса).

Сравнение результатов итерационного процесса свидетельствует о весьма быстрой сходимости процесса Шварца (результаты второй итерации слабо отличаются от первой).

Оценка возможности появления критического состояния, вызывающего разрушение тела либо нарушения его функциональной способности из-за перехода в пластическое состояние, выполнена на основе расчета значения интенсивности напряжений (рис. 3, 4).

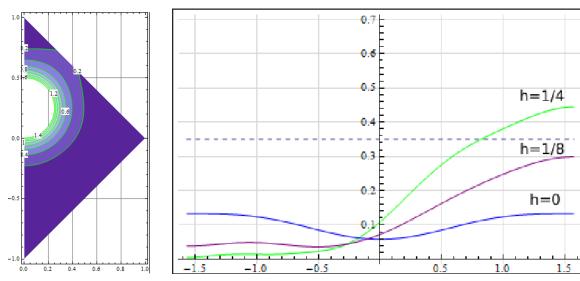


Рис. 3. *Изолинии* σ_i

Рис. 4. Значения σ_i на контуре полости

Заданный характер нагружения свидетельствует о том, что наибольшие значения σ_i достигаются на границе полости. Характер их распределения в зависимости от угла $\alpha \in [-\pi/2, \pi/2]$ широтной координаты полости для трех значений h приведен на рис. 4. Горизонтальная пунктирная линия условно обозначает предельное значение σ_i , превышение которого недопустимо. Серия графиков зависимости интенсивности напряжений от широты позволяет судить о функциональной допустимости локализации центра полости на высоте h.

Эффективным средством проведения вычислений зарекомендовала себя система Mathematica [7], поддерживающая «компьютерную алгебру».

Выводы: 1) использование «прямого» подхода требует существенных энергетических затрат: значительный рост величины мантиссы в представлении чисел при вычислениях и квадратично возрастающее время счета с ростом размерности удерживаемого отрезка базиса пространства внутренних состояний, в первую очередь, при проведении ортогонализации; 2) подход Шварца существенно снижает временные затраты и, несмотря на итерационность и отсутствие доказательства сжимаемости отображений при итерациях, приводит к цели гораздо эффективнее; 3) анализ зависимости НДС от параметров нагружения позволяет установить предельно допустимые значения варьируемых параметров при обеспечении прочности; 4) наличие сингулярностей формы тела (криволинейные ребра, конические тачки) требует разработки методов построения специальных решений для учета их влияния на НДС.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Лурье А. И. Теория упругости. М.: Наука; 1970. 940 с.
- 2. Работнов Ю. Н. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука; 1979. 744 с.
- 3. Penkov V. B., Satalkina L. V., Shulmin A. S. The Use of the Method of Boundary States to Analyse an Elastic Medium with Cavities and Inclusions. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 2014;78(4):384–394.
- 4. Schwarz H. A. Über einige Abbildungsaufgaben. Ges. Math. Abh. 1869;11:65-83.
- 5. Пеньков В. Б., Рыбакова М. Р., Левина Л. В. Применение алгорифма Шварца к пространственным задачам теории упругости. *Известия ТулГУ. Естественные науки*. 2015;3:165–176.
- 6. Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: ФИЗ-МАТЛИТ; 2004. 517 с.
- 7. Курбатов В. Г., Чернов В. Е. *Пакет «Математика» в прикладных научных исследованиях: учебное пособие.* Воронеж: Издательский дом ВГУ; 2016. 241 с.

DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-07

РАСЧЕТ ИНИЦИАЦИИ ГОРЕНИЯ В ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ КАНАЛАХ НА ОСНОВЕ КИНЕТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ МНОГОСТАДИЙНОЙ ХИМИЧЕСКОЙ РЕАКЦИИ ВОДОРОДО-ВОЗДУШНОЙ СМЕСИ

С. Н. Мартюшов a , Т. М. Рыжова $^\delta$

Московский авиационный институт — Национальный исследовательский университет, г. Москва, Российская Федерация

^a ORCID: http://orcid.org/0000-0002-8591-1377, ♠ martyush@mai.ru

^б ryzhovatanyam@gmail.com

Аннотация: многочисленные исследования посвящены воспламенению водородо-воздушной смеси и переходу горения в детонацию. Преимущество водорода как моторного топлива заключается в детонационном топливном цикле, более энергетически выгодном, по сравнению с обычным топливным циклом. В связи с этим задача конструирования водородного детонационного двигателя является крайне актуальной. В лабораторных экспериментах воспламенение водорода наблюдается инициацией электрическим разрядом или как результат сжатия в каналах с сужениями. Большое число работ посвящено численному моделированию течений реагирующих смесей в каналах с сужениями, а также инициации воспламенения при возникновении горячего пятна (как модели электрического разряда). В настоящей работе проведена модификация алгоритма, предложенного автором ранее для расчета инициации горения водородо-воздушных газовых смесей, заключающаяся в использовании строго противопоточного варианта разностной схемы Чакраварти-Ошера, позволившей устранить в расчетах осцилляции концентраций компонент смеси. По этой модификации разностного алгоритма проведены расчеты воспламенения водородо-воздушных смесей в каналах с сужениями и угловыми точками, в окрестности которых происходит инициация горения. Для расчета уравнений кинетики использовались два алгоритма, основанные: первый — на решении полной системы уравнений кинетики и второй на теории ветвящихся цепных реакций Н. Н. Семенова. Проведенные расчеты демонстрируют пригодность алгоритма ветвящихся цепных реакций для расчета задач инициации горения и детонации водородо-воздушных смесей в полной постановке многостадийных химических реакций.

Ключевые слова: период индукции при инициации воспламенения, переход от дефлаграции к детонации, жесткие системы дифференциальных уравнений, ветвящиеся цепные реакции.

Для цитирования: Мартюшов С. Н., Рыжова Т. М. Расчет инициации горения в осесимметричных каналах на основе кинетической модели многостадийной химической реакции водородовоздушной смеси. Успехи кибернетики. 2024;5(4):51–58. DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-07.

Поступила в редакцию: 30.09.2024. В окончательном варианте: 23.10.2024.

SIMULATION OF DEFLAGRATION-TO-DETONATION IN AXISYMMETRICAL CHANNELS USING A KINETICS MODEL OF THE MULTISTAGE HYDROGEN-AIR MIXTURE REACTION

S. N. Martyushov^a, T. M. Ryzhova^b

Moscow Aviation Institute – National Research University, Moscow, Russian Federation

^a ORCID: http://orcid.org/0000-0002-8591-1377, martyush@mai.ru

^b ryzhovatanyam@gmail.com

Abstract: we investigated the deflagration-to-detonation process in hydrogen-air mixtures, a field extensively studied due to the energy-wise advantages of the detonation fuel cycle over conventional fuel cycles. Hydrogen's potential as a fuel has made the development of hydrogen detonation engines a highly relevant research problem. In lab experiments, deflagration typically initiates due to increases in energy and temperature, often triggered by successive electric discharges or interactions with obstacles in channels. Many studies have simulated the behavior of reacting gas flows in channels with obstacles or the initiation of deflagration via hot spots as analogs to electric discharges.

In this study, we modified an algorithm originally introduced by the author to calculate the initiation of deflagration in hydrogen-air mixtures. The modification involved implementing a strict counterflow version of the Chakravarthy-Osher difference scheme, which reduced oscillations in the mixture component concentrations. Using this modified algorithm, we simulated the initiation of deflagration of hydrogen-air mixtures in channels with obstacles.

For the simulation of the kinetic processes, we employed two algorithms to solve the system of kinetic equations. The first algorithm solves the full system of kinetic equations, while the second is based on the branching chain reaction theory proposed by N. Semenov. The results of these simulations demonstrate the reliability of the branching chain reaction algorithm for the simulation of deflagration in hydrogen-air mixtures, aligning well with the results obtained for the full multistage kinetic system.

Keywords: deflagration-to-detonation period; deflagration-to-detonation transition; system of stiff differential equations, branching chain reactions.

Cite this article: Martyushov S. N., Ryzhova T. M. Simulation of Deflagration-to-Detonation in Axisymmetrical Channels Using a Kinetics Model of the Multistage Hydrogen-Air Mixture Reaction. *Russian Journal of Cybernetics*. 2024;5(4):51–58. DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-07.

Original article submitted: 30.09.2024.

Revision submitted: 23.10.2024.

Введение

Исследованию течений с горением и детонацией смесей водорода с воздухом посвящено большое количество исследований. Это связано, в первую очередь, с энергетическим преимуществом детонационного топливного цикла перед циклом теплового сгорания и, в соответствии с этим, задачей конструирования детонационных двигателей, работающих на водородо-воздушной смеси. Среди перспективных результатов в конструировании водородного детонационного двигателя необходимо отметить: конструкцию импульсного детонационного двигателя, предложенную в [1] и заключающуюся в периодической фокусировке водородо-воздушной кольцевой струи в окрестности центра полусферы — резонатора, а также конструкцию ротационного детонационного двигателя, предложенную первоначально Войцеховским в [2], идея которой заключается в азимутальном движении детонационной волны внутри двух коаксиальных цилиндров с инжекцией водородо-воздушной смеси из кольцевого сопла в торцевой области. Развитие этой идеи для более сложных конфигураций содержится в работах Ждана с соавторами [3]. Одним из векторов продвижения в этом направлении является совершенствование математических моделей и численных методов для расчета процессов воспламенения газовой смеси и перехода первоначального горения в устойчивую детонацию. Первоначально для моделирования горения многими авторами (например, в работах Fujiwara с соавторами [4]) использовалась упрощенная модель Левина-Маркова [1]. В настоящее время для моделирования горения используется полная система уравнений кинетики, при этом для горения водорода существуют различные множества используемых реакций и коэффициентов в этих реакциях (см., например, Либерман [5], Денисов с соавторами [6] и т. д.). Процесс перехода медленного горения в быстрое горение и детонацию был первоначально описан в работе Семенова [7], и в настоящее время его теория ветвящейся цепной реакции считается в химической кинетике общепринятой. Для расчета концентрации радикалов (за исключением атомарного водорода) в этой теории используется метод квазистационарных концентраций (см., например, Денисов с соавторами [6]). Суть этого метода в том, что полагаются равными нулю скорости изменения концентрации радикалов. Сами концентрации в этом случае находятся из алгебраических соотношений по значениям концентраций остальных компонент. В настоящее время такой подход в численном моделировании течений с горением развивается, например, в работах Saeid с соавторами [8], Liu с соавторами [9]. В физическом эксперименте воспламенение смеси происходит либо при появлении теплового пятна (электрический разряд), либо вблизи геометрических особенностей области течения. В настоящей работе на основе модификации метода, предложенного в работе автора [10], исследуются течения реагирующей смеси в каналах с сужениями для установления устойчивых режимов воспламенения. Расчет газодинамических течений в окрестности угловых точек требует построения работоспособных расчетных сеток. В настоящей работе криволинейные структурированные расчетные сетки строились по программе автора [11], разработанной ранее на основе алгоритма Томпсона [12].

Методы

Используемая кинетическая модель и методы ее решения

Для моделирования реакций горения в смесях «водород-воздух» в настоящей работе используется как полная система обыкновенных дифференциальных уравнений, основанная на гипотезе Аррениуса о скоростях химических реакций, так и модель, основанная на теории ветвящихся цепных реакций [6, 7, 10], в которой расчет кинетики в «погранслое» сводится к отдельному от остальной си-

стемы решению двух дифференциальных уравнений для H и H_2O_2 . При этом для остальных радикалов используется метод квазистационарных концентраций (что отчасти снимает вопрос жесткости системы уравнений кинетики [13]). Уравнения, описывающие химические реакции, можно представить в виде:

$$\sum_{i=1}^{n} \alpha_{ij} A_i = \sum_{i=1}^{n} \beta_{ij} B_i, \qquad j = 1, \dots, M$$

$$\tag{1}$$

где M,n — число реакций и компонент смеси соответственно, A_i,B_i — стехиометрические коэффициенты прямой и обратной реакций. Скорости изменения концентраций компонент смеси определяются в соответствии с гипотезой Аррениуса.

$$f_i = \frac{dc_i}{dt} = \sum_{i=1}^{M} (\beta_{ij} - \alpha_{ij}) w_j(\overset{r}{c}, T)$$
(2)

$$w_{j}(r,T) = k_{f}(T) \prod_{i=1}^{n} c_{i}^{\alpha_{ij}} - k_{h}(T) \prod_{i=1}^{n} c_{i}^{\beta_{ij}}$$
(3)

$$k_f = A_f T^l \exp(-E_f/RT). \tag{4}$$

Рассматривались следующие реакции для компонент смеси H_2 , O_2 , H, O, H_2O , OH, Ho_2 , H_2O_2 , N_2 (k_i — скорости реакций).

Таблица 1

Химические реакции

$H_2 + O_2 - k_0 - 2OH$	$H_2 + OH - k_1 - H + H_2O$	$H + O_2 - k_2 - H + OH$
$H_2 + O - k_3 - H + OH$	$HO_2 + M - k_5 - H + O_2 + M$	$H + H_2O - k_6 - H_2 + OH$
$2H + M - k_7 - H_2 + M$	$2HO_2 - k_8 - H_2O_2 + O_2$	$H_2O_2 + M - k_9 - 2OH + M$
$2OH + M - k_{10} - H_2O_2 + M$	$H + H_2O_2 - k_{11} - OH + H_2O$	

Значения коэффициентов k_i в формулах (2)–(4) для реакций таблицы 1 выбирались из [14]. Система уравнений кинетики (2)–(4) решалась методом Гира [13] для набора реакций из таблицы 1.

Характерным свойством горения смеси $H-O_2$ является, наряду с медленным горением, появление режима моментального взрыва, который происходит после иногда длительного периода индукции. В периоде индукции происходит накопление в смеси радикалов H, O, HO_2 , H_2O_2 , OH. Механизм взрыва — ветвящиеся цепные реакции радикалов — предложен Семеновым [7]. Для построения модели ветвящейся цепной реакции в настоящей работе использовалась схема цепной реакции, описанная в [10]. Содержание численного алгоритма, соответствующего этой схеме, заключается в следующем.

Концентрации атомарного водорода H и H_2O_2 находятся как решение системы двух дифференциальных уравнений:

$$d[H]/dt = 2 \cdot k_0 \cdot [H_2] \cdot [O_2] + \Phi \cdot [H] - k_7 [H]^2, \tag{5}$$

где $\Phi = 2k_2 \cdot [O_2] - k_5 \cdot [O_2] - k_6 \cdot [H_2O] - k_{11}[H_2O_2].$

$$d[H_2O_2]/dt = k_8 \cdot [HO_2]^2 - k_9[H_2O_2] \cdot [M] + k_{11} \cdot [OH]^2 \cdot [M] - k_9 \cdot [H_2O_2] \cdot [H]. \tag{6}$$

Коэффициенты $k_1 - k_{11}$ означают скорости реакций, указанных в таблице 1. Концентрации радикалов O, HO_2 , OH считаются квазистационарными величинами (скорости их изменения полагаются равными нулю) и находятся из алгебраических соотношений по значениям концентраций «медленных переменных» H_2 , O_2 , H_2O , а также H, H_2O_2 .

$$[O] = [H] \cdot (k_2 \cdot [O_2]) / (k_3 \cdot [H_2]);$$

$$[OH] = (2 \cdot [O_2] \cdot [H_2] \cdot k_0 + k_6 \cdot [H_2O] \cdot [H] + 2k_9 \cdot [H_2O_2] \cdot M + k_{11} \cdot [H_2O_2] \cdot [H]) \cdot (k_1 \cdot [H_2] + 2k_{10}[M]; (7)$$
$$[HO_2]^2 = k_5 \cdot [H] \cdot [O_2] \cdot [M] / (2k_8).$$

После этого концентрации H_2 , O_2 , H_2O находятся из решения оставшихся трех уравнений системы ОДУ (2). Дифференциальные уравнения (5), (6) с использованием скоростей реакции $k_1 - k_{11}$

при этом решаются с более мелким шагом по времени, так как скорости изменения концентраций H, H_2O_2 в соответствии с [7] существенно превышают скорости изменения «медленных» компонент H_2 , O_2 , H_2O .

Модель для расчета горения в течениях газовой динамики реагирующих смесей и методы ее расчета

Использовалась система уравнений газовой динамики, дополненная источниковыми членами, представляющими собой скорости изменения компонент газовой смеси, определяемых по (2)–(4). Газ предполагался невязким. Система уравнений для полной модели может быть представлена в следующей интегральной форме:

$$\frac{d}{dt} \int_{V} \vec{Q}dV + \oint_{S} \vec{n}FdS + \Phi = 0 \tag{8}$$

где $\vec{Q}=(\rho,\vec{m},\rho e,\rho c_i)$, $i=1,\dots n$ — вектор консервативных переменных, $c_i=\rho_i/\rho$ — массовая доля компонент смеси, $\Phi=(0,0,0,0,0,\rho f_i)$ — источниковый член, $F=(\overrightarrow{m},\overrightarrow{m}\cdot\overrightarrow{m}/\rho+PI,\overrightarrow{m}(e+p)/\rho,\overrightarrow{0})$ — вектор потоков, $P=\rho R_B T\sum_i \frac{c_i}{\mu_i}, e=R_B T\sum_i \frac{c_i}{\mu_i}/(\gamma-1)+V^2/2+\sum_i c_i h_i$ — давление и полная энергия единицы объема, $\sum_i c_i h_i$ — сумма произведений энтальпий образования на массовые концентрации компонент смеси.

Общим элементом конструирования современных разностных схем является переход к характеристическим переменным. Такой переход для системы (8), в которой в качестве неизвестных кроме газодинамических величин входят массовые концентрации компонент газовой смеси, имеет свои особенности и был проведен на основе модифицированного метода Roe–Pike'a (см., например, [15]) для произвольного числа компонент смеси [10]. Для численных расчетов применялась разностная схема Чакраварти–Ошера [16]. Модификацией алгоритма по сравнению с [10] являлся выбор чисто противопоточного варианта этой схемы, что позволило устранить в решении осцилляции неизвестных, соответствующих концентрации компонент смеси.

Метод и примеры построения расчетных сеток

Рассматривались течения водородо-воздушных смесей, в которых инициация воспламенения возникает вблизи особых точек расчетной области (угловых и точек сужения), где необходимо производить сгущение расчетной сетки. В настоящей работе разностные сетки строились по алгоритму и программе автора [11], основанным на методе [12] как решение системы уравнений в частных производных параболического типа. На рисунке 1 приведены расчетные сетки для областей с такими особыми точками.

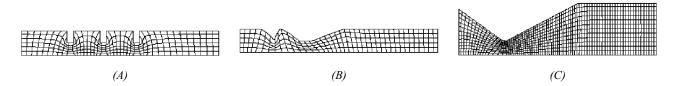


Рис. 1. (A)–(C) — расчетные сетки для областей с особыми точками, инициирующими воспламенение реагирующих газовых смесей (изображена каждая десятая координатная линия)

Результаты и обсуждение

Течение в неотражающем сопле. Осесимметрическая область в форме неотражающего сопла Лаваля (расчетная сетка изображена на рис. 1 С) первоначально заполнена стехиометрической водородо-воздушной смесью с небольшой добавкой водяного пара (являющегося катализатором реакций 5 и 7 таблицы 1) при атмосферных значениях газодинамических параметров. В начальный момент слева инициируется ударная волна интенсивности $M_{\text{ударн, волны}} = 2.9$. При расчете в процессе продвижения ударной волны на верхней границе области, представляющей собой коническую поверхность, инициируется горение смеси. На рисунке 2 А–С приведены изолинии температуры и (в правом

столбце) соответствующие значения концентрации водяного пара, образующегося при воспламенении смеси. На рисунке 2 D приведены графики концентрации водяного пара в последовательные моменты времени вдоль верхней границы расчетной области.

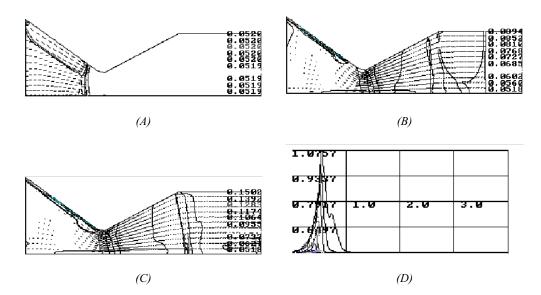


Рис. 2. A–C — изолинии температуры, D — графики концентрации водяного пара вдоль образующей верхней конической поверхности

Течение в сужающемся осесимметричном канале. Осесимметричная расчетная область представляет собой канал между конусом и цилиндром. Постановка задачи та же, что и в предыдущей задаче: ударная волна интенсивности $M_{\text{ударн. волны}} = 3.1$ распространяется с левой границы области. В этом случае нет определенной точки сжатия течения, сжатие происходит вдоль всей верхней границы области. На рисунке 3 А-В приведены изолинии температуры и (в правом столбце) соответствующие значения температуры, соответствующие воспламенению смеси. На рисунке 3 С приведены графики концентрации водяного пара в последовательные моменты времени вдоль верхней границы расчетной области, по горизонтальной оси откладывается соответствующий номер координатной линии по второму направлению.

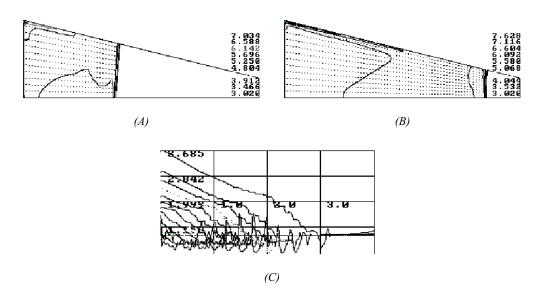


Рис. 3. A, B — изолинии температуры, C — графики концентрации водяного пара вдоль образующей верхней конической поверхности

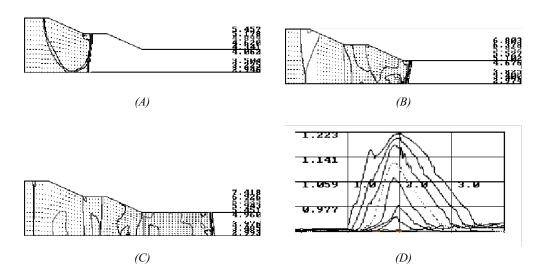


Рис. 4. A–C — изолинии температуры, D — графики концентрации водяного пара вдоль образующей верхней конической поверхности

Течение в области, состоящей из комбинации цилиндров и конусов. Осесимметричная расчетная область представляет собой комбинацию цилиндров и сужающихся конусов. Постановка задачи та же, что и в предыдущей задаче: ударная волна интенсивности $M_{\rm ударн.\ волны}=2.7$ распространяется с левой границы области. Инициация воспламенения возникает в угловых точках сопряжения поверхностей второго конуса и второго цилиндра. На рисунке 4 А–С приведены изолинии температуры и (в правом столбце) соответствующие значения температуры. На рисунке 4 D приведены графики концентрации водяного пара в последовательные моменты времени вдоль верхней границы расчетной области, по горизонтальной оси откладывается соответствующий номер координатной линии по второму направлению. Немонотонность графиков температуры обусловлена волнами разрежения в точках сопряжения первого и второго конусов с цилиндрами.

Течение в цилиндре с сужениями. Расчетная область (расчетная сетка изображена на рис. $1\ A$) состоит из цилиндра с тремя сужениями. Постановка задачи аналогична предыдущей задаче. Ударная волна с первоначальной интенсивностью $M_{\rm ударн.\ волны}=2.2$ распространяется от левой границы области. Горение возникает на поверхности сужений и позднее в окрестности оси симметрии цилиндра. На рисунке $5\ A$ –G изображены линии уровня температуры и концентрации водяного пара в последовательные моменты времени. На рисунке $5\ H$ изображены графики концентрации водяного пара вдоль оси симметрии цилиндра в последовательные моменты времени.

Заключение

Алгоритм автора [6] (как и его модификация в настоящей работе) для расчета инициации горения водородо-воздушных газовых смесей разработан на основе общеизвестных метода Ройе-Пайка [15] и разностной схемы Чакраварти-Ошера [16], применимых для общих систем уравнений гиперболического типа [17]. В связи с этим обоснование сходимости этого алгоритма полагается автором излишним. Модификация алгоритма [10], заключающаяся в использовании строго противопоточного варианта разностной схемы Чакраварти-Ошера, позволила устранить в расчетах осцилляции концентраций компонент смеси в окрестности точек инициации горения. По этой модификации разностного алгоритма проведены расчеты воспламенения водородо-воздушных смесей в каналах с сужениями и угловыми точками, в окрестности которых происходит инициация горения. Для проведения расчетов использовались криволинейные структурированные сетки, сконструированные по алгоритму и программе автора, основанной на решении системы уравнений в частных производных параболического типа. Для расчета уравнений кинетики использовались два алгоритма, основанные: первый — на решении полной системы уравнений кинетики и второй — на теории ветвящихся цепных реакций [7]. Расчеты показали близость результатов по обоим алгоритмам. Проведенные расчеты демонстрируют пригодность алгоритма для расчета задач инициации горения и детонации водородо-воздушных смесей в полной постановке многостадийных химических реакций.

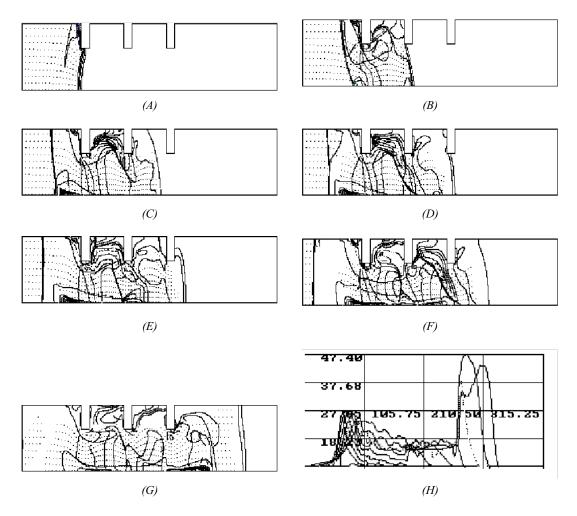


Рис. 5. A–G — изолинии температуры и векторы скорости, H — графики концентрации водяного пара вдоль оси симметрии цилиндра в последовательные моменты времени

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Левин В. А., Нечаев Ю. Н., Тарасов А. И. *Контроль в процессах детонации*. Ред. Г. Рой. М.: Elex-KM; 2000. С. 197–201.
- 2. Войцеховский Б. В. Стационарная детонация. Доклады Академии наук. 1959;129:1251–1256.
- 3. Zhdan S. A., Bykovskii F. A., Vedernikov F. F. Mathematical Modeling of a Rotating Detonation Wave in a Hydrogen-Oxygen Mixture. *Combustion, Explosion and Shock Waves.* 2007;43:449–455.
- 4. Taki S., Fujiwara T. Numerical Analysis of Two-Dimensional Non Steady Detonations. *AIAA Jornal*. 1978;16:73–78.
- 5. Liberman M. A. *Introduction to Physics and Chemistry of Combustion*. Berlin-Heudelberg: Springer-Verlag; 2008. 534 p.
- 6. Денисов Е. Т., Саркисов О. М., Лихтенштейн Г. И. Химическая кинетика. М.: Химия; 2000. 568 с.
- 7. Семенов Н. Н. Самовоспламенение и цепные реакции. Успехи химии. 1967;36(1):3-22.
- 8. Saeid M. H., Khadem J., Emami S., Ghodrat M. Effect of Diffusion Time on the Mechanism of Deflagration to Detonation Transition in an Inhomogeneous Mixture of Hydrogen-Air. *International Journal of Hydrogen Energy*. 2022;47(20):11052–67.
- 9. Liu D., Liu Z., Xiao H. Flame Acceleration and Deflagration-to-Detonation Transition in Narrow Channels Filled with Stoichiometric Hydrogen-Air Mixture. *International Journal of Hydrogen Energy*. 2022;47:11052–67.
- 10. Martyushov S. N. Numerical Simulation of Deflagration in Hydrogen-Air Gas Mixes. *Journal of Physics: Conference Series*. 2021;2124.
- 11. Martyushov S. N. Construction of Calculation Grids on the Basis of Poisson Equation Decision. *15th IMACS World Congress on Scientific Computation, Modelling and Appl.Maths. Proc.* Berlin; 1997. P. 191–195.

- 12. Thompson J. F., Varsi J., Mastin C. W. *Grid Generation: Foundations and Applications*. North-Holland; 1982. 658 p.
- 13. Холодов А. С., Лобанов А. И., Евдокимов А. В. *Разностные схемы для решения жестких обыкновенных дифференциальных уравнений в пространстве неопределенных коэффициентов*. М.: Изд-во МФТИ; 1991. 110 с.
- 14. Ibragimova L. B., Smechov G. D., Shatalov O. P. Recommended Rate Constants of Chemical Reactions in an H2-O2 Gas Mixture with Electronucally Excited Species O2, O, OH Involved. Moscow: Institute of Mechanics of Lomonosov Moscow State University; 2003. 25 p.
- 15. Roe P. L., Pike J. Efficient Construction and Utilisation of Approximate Riemann Solutions. *In Computing Methods in Applied Science and Engineering*. North-Holland; 1984.
- 16. Chakravarthy S. R., Osher S. Computing with High-resolution Upwind Schemes for Hyperbolic Equations. *Lectures in Applied Mathematics*. 1985;22(1):57–86.
- 17. Куликовский А. Г., Свешникова Е. И., Чугайнова А. П. *Математические методы изучения разрывных решений нелинейных гиперболических систем уравнений. Лекционные курсы НОЦ.* М.: МИАН; 2010. 145 с.

DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-08

СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ МОДЕЛИ ЧЕТЫРЕХКОЛЕСНОГО МОБИЛЬНОГО РОБОТА С АМОРТИЗИРУЮЩИМ ШАССИ И АНАЛИЗ ЕЕ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ

В. Н. Мещеряков^a, С. Е. Кондратьев^{δ}

Липецкий государственный технический университет, г. Липецк, Российская Федерация ^a ORCID: http://orcid.org/0000-0003-2887-3703, ₱ mesherek@yandex.ru ^б ORCID: http://orcid.org/0000-0002-7028-9407, sergeykondratyev@ieee.org

Аннотация: в данной работе представлен подробный математический анализ динамики четырехколесного мобильного робота с амортизирующим шасси, предназначенного для передвижения по сложным рельефам, включая наклонные и неровные поверхности. Разработана нелинейная математическая модель системы на основе лагранжевой механики второго рода, которая учитывает кинетическую и потенциальную энергию корпуса робота и элементов подвески, силы демпфирования, контактные взаимодействия колес с поверхностью, а также нелинейные геометрические зависимости компонентов подвески. Модель учитывает нелинейные динамические эффекты, возникающие при движении по наклонным поверхностям и преодолении препятствий. Проведена оптимизация параметров подвески и системы управления с использованием современных методов оптимизации, направленная на минимизацию вибраций корпуса, обеспечение устойчивого движения и повышение энергоэффективности робота. В отличие от предыдущих исследований, предложенный подход включает комплексную оптимизацию параметров системы с учетом ограничений прочности элементов подвески и требований к динамическим характеристикам робота. Полученные результаты позволяют провести всесторонний анализ динамики системы, оптимизировать конструкцию и параметры управления для повышения эффективности и надежности мобильного робота при движении по сложным и неструктурированным поверхностям. Разработанная модель может быть использована для имитационного моделирования, разработки прототипов и создания робототехнических систем с улучшенными характеристиками, что открывает новые перспективы в области мобильной робототехники и систем управления.

Ключевые слова: робототехника, управление, динамика, моделирование, верификация.

Для цитирования: Мещеряков В. Н., Кондратьев С. Е. Система управления модели четырехколесного мобильного робота с амортизирующим шасси и анализ ее функционирования. *Успехи кибернетики*. 2024;5(4):59–66. DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-08.

Поступила в редакцию: 10.11.2024. В окончательном варианте: 04.12.2024.

PERFORMANCE ANALYSIS OF A CONTROL SYSTEM FOR A FOUR-WHEELED MOBILE ROBOT MODEL WITH A SUSPENSION CHASSIS

V. N. Meshcheryakov^a, S. E. Kondratev^b

Lipetsk State Technical University, Lipetsk, Russian Federation

^a ORCID: http://orcid.org/0000-0003-2887-3703, mesherek@yandex.ru

^b ORCID: http://orcid.org/0000-0002-7028-9407, sergeykondratyev@ieee.org

Abstract: we analyzed the dynamics of a four-wheeled mobile robot with a suspension chassis designed to negotiate challenging terrains, inclined and uneven surfaces. We developed a nonlinear mathematical model of the system using second-order Lagrangian mechanics, accounting for the kinetic and potential energy of the robot's body and suspension elements, damping forces, wheel-ground interactions, and nonlinear geometric relationships within the suspension. The model considers nonlinear dynamic effects during movement on slopes and negotiating obstacles. We optimized the suspension parameters and control system using advanced optimization methods to minimize body vibrations, ensure stable motion, and enhance energy efficiency. Unlike previous studies, our approach comprehensively optimizes system parameters while meeting strength constraints of the suspension components and dynamic performance requirements. The results provide a detailed analysis of system dynamics and enable the optimization of design and control parameters, improving the robot's efficiency and reliability on complex, unstructured surfaces. The developed model supports simulation, prototype development, and the creation of robotic systems with enhanced characteristics, opening new opportunities in mobile robotics and control systems.

Keywords: robotics, control, dynamics, modeling, validation.

Cite this article: Meshcheryakov V. N., Kondratev S. E. Performance Analysis of a Control System for a Four-Wheeled Mobile Robot Model with a Suspension Chassis. Russian Journal of Cybernetics. 2024;5(4):59–66. DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-08.

Original article submitted: 10.11.2024.

Revision submitted: 04.12.2024.

Введение

Разработка мобильных робототехнических систем, способных эффективно передвигаться по сложным и неструктурированным поверхностям, является одной из актуальных задач современной робототехники. Такие системы находят применение в различных областях, включая промышленность, сельское хозяйство, военное дело и исследования окружающей среды [1]. Особый интерес вызывают мобильные роботы с амортизирующими шасси, которые обеспечивают устойчивость и адаптивность при движении по неровному рельефу [2].

В последние годы было проведено множество исследований, посвященных моделированию и управлению мобильными роботами с подвеской. В работе [3] представлен анализ динамики четырехколесного робота с независимой подвеской, рассматривается влияние параметров подвески на устойчивость и управляемость. Другие исследования фокусируются на оптимизации конструктивных параметров подвески для улучшения ходовых качеств робота [4, 5].

Методы управления мобильными роботами с подвеской также активно развиваются. В [6] предложена система активной подвески, позволяющая адаптировать жесткость и демпфирование в реальном времени для преодоления препятствий. В [7] рассматривается использование методов машинного обучения для управления движением робота по сложному рельефу.

В предыдущей работе авторов [8] была разработана система управления для моделирования и верификации модели четырехколесного мобильного робота с амортизирующим шасси. Однако в данной работе основной акцент был сделан на разработке базовой модели и системы управления, без глубокого анализа силовых характеристик и оптимизации конструктивных параметров подвески.

Несмотря на достигнутый прогресс, остается ряд нерешенных вопросов. В частности, недостаточно изучены вопросы оптимизации параметров подвески с учетом динамических нагрузок при движении по наклонным поверхностям, а также вопросы прочности и надежности конструктивных элементов подвески в реальных условиях эксплуатации.

Целью данной работы является разработка подробной математической модели движения четырехколесного мобильного робота с амортизирующим шасси, проведение анализа силовых характеристик при движении по наклонным поверхностям и оптимизация конструктивных параметров подвески с учетом требований прочности и надежности.

Математическое описание системы

Рассмотрим динамическую модель четырехколесного мобильного робота с амортизирующим шасси, предназначенного для передвижения по сложному рельефу, включая наклонные поверхности. Целью является разработка подробной математической модели, позволяющей анализировать динамику системы, оптимизировать параметры подвески и системы управления для повышения устойчивости и эффективности работы робота.

Пусть робот движется в трехмерном пространстве, описываемом инерциальной системой координат OXYZ. Положение центра масс робота определяется вектором $\mathbf{r} = [x,y,z]^{\top}$, а ориентация корпуса задается углами Эйлера $\mathbf{\Theta} = [\phi,\theta,\psi]^{\top}$, где ϕ — угол крена, θ — угол тангажа, ψ — угол рыскания.

Введем обобщенные координаты системы:

$$\boldsymbol{q} = \left[x \ y \ z \ \phi \ \theta \ \psi \ \alpha_1 \ \alpha_2 \ \alpha_3 \ \alpha_4 \right] \in \mathbb{R}^{10}, \tag{1}$$

где α_i ($i=1,\ldots,4$) — углы поворота рычагов подвески каждого из четырех колес относительно корпуса робота.

Кинетическая энергия системы T складывается из кинетической энергии поступательного движения корпуса, его вращения и энергии вращения рычагов подвески:

$$T = \frac{1}{2} m \dot{\boldsymbol{r}}^{\top} \dot{\boldsymbol{r}} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}^{\top} \boldsymbol{I} c \boldsymbol{\omega} + \sum_{i} i = 1^{4} \frac{1}{2} I_{\alpha_{i}} \dot{\alpha}_{i}^{2},$$

$$(2)$$

где:

- *m* масса корпуса робота;
- $\dot{\mathbf{r}} = [\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}]^{\top}$ скорость центра масс робота;
- ω угловая скорость корпуса робота, связанная с производными углов Эйлера Θ :

$$\boldsymbol{\omega} = \left[\dot{\phi} - \dot{\psi}\sin\theta \,\dot{\theta}\cos\phi + \dot{\psi}\sin\phi\cos\theta \, - \dot{\theta}\sin\phi + \dot{\psi}\cos\phi\cos\theta\right];\tag{3}$$

- Ic тензор инерции корпуса относительно центра масс;
- $I\alpha_i$ момент инерции рычага подвески i-го колеса относительно оси вращения;
- $\dot{\alpha}_i$ угловая скорость вращения рычага подвески i-го колеса.

Потенциальная энергия системы V включает гравитационную энергию и энергию деформации пружин подвески:

$$V = mgz + \sum_{i=1}^{4} \left(\frac{1}{2} k_{s_i} (\delta_i - \delta_{0i})^2 \right), \tag{4}$$

где:

- *g* ускорение свободного падения;
- k_{s_i} коэффициент жесткости пружины подвески i-го колеса;
- δ_i текущее удлинение пружины подвески i-го колеса;
- δ_{0i} удлинение пружины в ненагруженном состоянии.

Удлинение пружины δ_i зависит от угла поворота рычага подвески α_i и геометрических параметров подвески. Введем функцию $f(\alpha_i)$, описывающую эту зависимость:

$$\delta_i = l_{s_i} - l_{s0i} = f(\alpha_i), \tag{5}$$

где l_{s_i} — текущая длина пружины, l_{s0i} — длина пружины в ненагруженном состоянии.

Для описания динамики системы используем лагранжев формализм второго рода. Лагранжиан системы определяется как разность кинетической и потенциальной энергии:

$$L = T - V. (6)$$

Уравнения Лагранжа имеют вид:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_j} = Q_j,\tag{7}$$

где Q_i — обобщенные силы, соответствующие обобщенной координате q_i .

Обобщенные силы Q_i включают:

• силы демпфирования в подвеске:

$$Q_{\alpha_i}^{(d)} = -c_{s_i} \dot{\delta}i \frac{\partial \delta_i}{\partial \alpha_i} = -c_{s_i} \dot{\alpha}i \left(\frac{d\delta_i}{d\alpha_i}\right)^2, \tag{8}$$

где cs_i — коэффициент демпфирования пружины подвески i-го колеса;

• управляющие моменты на колесах:

$$Q_{\alpha_i}^{(\text{drive})} = M_{\text{drive},i},\tag{9}$$

где $M_{{
m drive},i}$ — момент, создаваемый двигателем на i-м колесе;

• контактные силы между колесами и поверхностью, влияющие на поступательные и вращательные движения робота.

Контактные силы моделируются с использованием модели Герца для нормальной силы и модели трения Кулона для касательной силы. Нормальная сила $F_{N,i}$ в точке контакта i-го колеса определяется как:

$$F_{N,i} = k_{c_i} \delta_{c,i}^{3/2} + c_{c_i} \dot{\delta}c_i,$$
 (10)

где:

• kc_i — коэффициент жесткости контакта для i-го колеса;

- c_{c_i} коэффициент демпфирования контакта;
- $\delta_{c,i}$ величина сжатия в месте контакта;
- $\delta_{c,i}$ скорость изменения сжатия.

Касательная сила трения $F_{T,i}$ определяется как:

$$F_{T,i} = \mu_i F_{N,i} \tanh\left(\frac{v_{\text{rel},i}}{v_{s_i}}\right),\tag{11}$$

где:

- μ_i коэффициент трения для i-го колеса;
- $v_{{
 m rel},i}$ относительная скорость скольжения в точке контакта;
- v_{s_i} параметр насыщения для плавности модели трения. Угловое движение каждого колеса описывается уравнением:

$$I_{w_i}\ddot{\theta}w_i = M_{\text{drive},i} - r_{w_i}F_{T,i},\tag{12}$$

где:

- I_{w_i} момент инерции i-го колеса;
- θw_i угловое ускорение *i*-го колеса;
- rw_i радиус i-го колеса.

Объединяя все составляющие, получаем систему нелинейных дифференциальных уравнений движения:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) + \mathbf{K}(\mathbf{q}) = \mathbf{Q}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t), \tag{13}$$

где:

- M(q) матрица масс системы, зависящая от обобщенных координат;
- $C(q, \dot{q})$ матрица кориолисовых и центробежных сил;
- G(q) вектор гравитационных сил;
- K(q) вектор упругих сил подвески;
- $Q(q, \dot{q}, t)$ вектор обобщенных сил, включающий демпфирующие силы, управляющие моменты и контактные силы.

Для исследования устойчивости системы при движении по наклонной поверхности под углом β применим анализ на опрокидывание. Условие предотвращения опрокидывания робота можно записать как:

$$\tan \beta \le \frac{b}{h_{cm}},\tag{14}$$

где:

- b половина ширины колеи робота;
- $h_{\rm cm}$ высота центра масс над поверхностью опоры.

Оптимизация параметров подвески и системы управления проводится с целью минимизации вибраций корпуса и обеспечения требуемых динамических характеристик. Постановка задачи оптимизации формулируется следующим образом:

$$\min_{\kappa} J(\kappa) = \int_0^T \left[w_1 |\ddot{r}|^2 + w_2 \sum_{i=1}^4 (\alpha_i - \alpha_{0i})^2 + w_3 \sum_{i=1}^4 \dot{\alpha} i^2 + w_4 \sum_i i = 1^4 M_{\text{drive},i}^2 \right] dt, \tag{15}$$

при ограничениях:

$$k_{s_i}^{\min} \le k_{s_i} \le k_{s_i}^{\max}, \quad c_{s_i}^{\min} \le c_{s_i} \le c_{s_i}^{\max}, \quad M_{\text{drive},i}^{\max} \ge M_{\text{drive},i} \ge -M_{\text{drive},i}^{\max}, \quad \sigma_{b,i}(t) \le \sigma_{\text{dop},i}.$$
 (16)

Здесь:

- $\kappa = [k_{s_1}, \dots, k_{s_4}, c_{s_1}, \dots, c_{s_4}, K_p, K_i, K_d]$ вектор оптимизируемых параметров;
- w_1, w_2, w_3, w_4 весовые коэффициенты, отражающие значимость соответствующих критериев;
- α_{0i} угол рычага подвески i-го колеса в состоянии покоя;
- $\sigma_{b,i}(t)$ напряжение в рычаге подвески *i*-го колеса в момент времени t;
- $\sigma_{{
 m dop},i}$ допустимое напряжение материала рычага подвески i-го колеса.

Напряжения в элементах подвески рассчитываются на основе изгибающих моментов $M_{\mathrm{b},i}(t)$, действующих на рычаги подвески:

$$M_{b,i}(t) = F_{N,i}(t)l_{\text{eff},i},\tag{17}$$

где $l_{{
m eff},i}$ — эффективная длина рычага подвески i-го колеса.

Напряжение изгиба в сечении рычага:

$$\sigma_{b,i}(t) = \frac{M_{b,i}(t)}{W_i},\tag{18}$$

где W_i — момент сопротивления сечения рычага подвески i-го колеса.

Условие прочности требует, чтобы во все моменты времени выполнялось неравенство $\sigma_{{\rm b},i}(t) \leq \sigma_{{
m dop},i}.$

Решение задачи оптимизации проводится с использованием численных методов оптимизации, таких как метод Ньютона—Рафсона, метод сопряженных градиентов или генетические алгоритмы. В результате оптимизации определяются оптимальные значения параметров подвески и системы управления, обеспечивающие минимизацию функционала $J(\kappa)$ при соблюдении заданных ограничений.

Полученная система нелинейных дифференциальных уравнений решается численно с использованием методов численного интегрирования, таких как метод Рунге–Кутты 4-го порядка или методы с переменным шагом, адаптированные для решения жестких систем.

Таким образом, разработанная математическая модель позволяет провести всесторонний анализ динамики мобильного робота с амортизирующим шасси, оптимизировать параметры системы для обеспечения ее эффективной и устойчивой работы на сложных поверхностях. Данный подход отличается от предыдущих исследований более подробным учетом нелинейных динамических эффектов, комплексной оптимизацией параметров подвески и системы управления с учетом прочностных ограничений, что способствует повышению точности моделирования и практической применимости результатов.

Полученные математические модели и оптимизированные параметры используются для разработки компьютерной симуляции системы, позволяющей визуализировать и анализировать поведение робота в различных сценариях движения по наклонным и неровным поверхностям.

Моделирование системы управления

Для обеспечения требуемых динамических характеристик и устойчивого движения мобильного робота по сложным поверхностям необходимо разработать эффективную систему управления, учитывающую нелинейную динамику системы и взаимодействие с окружающей средой. В данном разделе представлено математическое моделирование системы управления на основе теории автоматического управления, с учетом ранее полученных уравнений движения робота.

Основными целями системы управления являются поддержание заданной линейной скорости движения робота $v_{\rm ref}$, стабилизация ориентации корпуса (минимизация углов крена ϕ и тангажа θ), а также управление динамикой подвески для обеспечения оптимального взаимодействия с поверхностью и снижения вибраций.

Рассмотрим нелинейную динамическую систему, описывающую движение робота:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + K(q) = Q(q, \dot{q}, u), \tag{19}$$

где q — вектор обобщенных координат, M(q) — матрица масс, $C(q,\dot{q})$ — матрица кориолисовых и центробежных сил, G(q) — вектор гравитационных сил, K(q) — вектор сил упругости подвески, $Q(q,\dot{q},u)$ — вектор обобщенных сил, включающий управляющие воздействия u.

Для синтеза системы управления применим метод обратной динамики. Представим управляющее воздействие \boldsymbol{u} в виде:

$$u = M(q)v + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + K(q), \tag{20}$$

где v — новый вектор управляющих сигналов. Подставляя u в уравнение движения, получаем систему:

$$\ddot{q} = v. \tag{21}$$

Таким образом, исходная нелинейная система приводится к линейной с помощью обратной динамики, что упрощает синтез системы управления.

Целью управления является обеспечение слежения за заданной траекторией $\mathbf{q}_{ref}(t)$. Для этого зададим управляющий сигнал \mathbf{v} в виде:

$$v = \ddot{q}_{\text{ref}} + Kd(\dot{q}_{\text{ref}} - \dot{q}) + Kp(q_{\text{ref}} - q), \tag{22}$$

где ${\pmb K}_p,\ {\pmb K}_d$ — диагональные матрицы коэффициентов усиления по положению и скорости соответственно.

Подставив v в уравнение движения, получаем уравнение ошибок слежения:

$$\ddot{\boldsymbol{e}} + \boldsymbol{K}_{\boldsymbol{\sigma}} \dot{\boldsymbol{e}} + \boldsymbol{K}_{\boldsymbol{\sigma}} \boldsymbol{e} = 0, \tag{23}$$

где $e = q_{\text{ref}} - q$ — вектор ошибок положения.

Это уравнение описывает динамику ошибок слежения и позволяет выбрать коэффициенты \mathbf{K}_p , \mathbf{K}_d таким образом, чтобы обеспечить требуемые характеристики переходного процесса (быстродействие, перерегулирование, устойчивость).

Однако в реальных системах существуют неопределенности и возмущения, которые могут влиять на качество управления. Для повышения робастности системы применим методы оптимального управления, учитывающие эти факторы.

Применим метод линейно-квадратичного регулятора (LQR) для синтеза оптимального регулятора состояния. Задача заключается в минимизации функционала качества:

$$J = \int_0^\infty \left(\boldsymbol{e}^\top \boldsymbol{Q} \boldsymbol{e} + \boldsymbol{u}^\top \boldsymbol{R} \boldsymbol{u} \right) dt, \tag{24}$$

где Q — положительно определенная матрица весовых коэффициентов для ошибок состояния, R — положительно определенная матрица весовых коэффициентов для управляющих воздействий.

Решая соответствующее алгебраическое уравнение Риккати, находим матрицу усиления \pmb{K} , определяющую закон управления:

$$u = -Ke. (25)$$

В реальных системах не все состояния могут быть измерены непосредственно. Для оценки недоступных переменных используем наблюдатель состояния (например, наблюдатель Калмана), который восстанавливает состояния системы по измеряемым выходам.

Активное управление подвеской осуществляется путем формирования дополнительных сил в пружинах подвески:

$$F_{\text{act},i} = -K_{\alpha}(\alpha_i - \alpha_{\text{ref},i}) - K_{\dot{\alpha}}\dot{\alpha}_i, \tag{26}$$

где K_{α} , $K_{\dot{\alpha}}$ — коэффициенты усиления, $\alpha_{{\rm ref},i}$ — заданные углы подвески, обеспечивающие оптимальное положение и демпфирование.

В итоге разработанная система управления включает:

- управление движением робота с помощью обратной динамики и оптимального регулятора;
- стабилизацию ориентации корпуса посредством управления углами крена ϕ и тангажа θ ;
- активное управление подвеской для снижения вибраций и улучшения плавности хода;
- наблюдатель состояния для оценки недоступных измерению переменных и обеспечения обратной связи.

Данный подход позволяет учесть нелинейности и неопределенности системы, обеспечивая требуемые динамические характеристики и устойчивость мобильного робота при движении по сложным поверхностям.

Результаты моделирования и выводы

Для верификации разработанной математической модели и оценки эффективности предложенной системы управления проведено имитационное моделирование движения четырехколесного мобильного робота с амортизирующим шасси в среде MATLAB/Simulink. В моделировании учитывались нелинейные динамические уравнения движения, разработанная система управления и взаимодействие колес с неровной и наклонной поверхностью.

Сценарий моделирования: разгон робота до заданной скорости $v_{\rm ref}=1$ м/с на горизонтальной поверхности. Заезд правых колес на наклонную поверхность с углом подъема 20° . Движение по

наклонной поверхности и последующий съезд на горизонтальную поверхность. Преодоление неровностей на пути движения робота.

Полученные результаты: траектория движения робота показала, что робот плавно заезжает на наклонную поверхность и съезжает с нее без резких отклонений, поддерживая заданную траекторию. Это свидетельствует об эффективной работе системы управления при преодолении наклонных поверхностей. Скорость движения робота вдоль оси X оставалась близкой к заданной $v_{\rm ref}$, что подтверждается графиком на рисунке 1. Небольшие колебания скорости при заезде на наклонную поверхность и съезде с нее эффективно компенсируются системой управления.

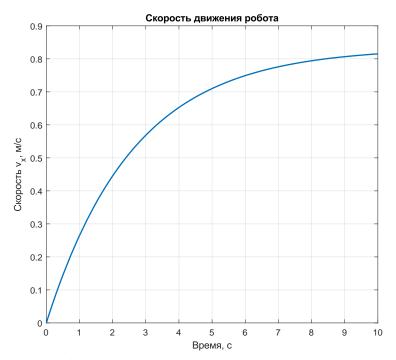


Рис. 1. График изменения линейной скорости робота вдоль оси X

Углы крена и тангажа оставались в допустимых пределах, что показано на рисунке 2. Система управления успешно стабилизировала ориентацию корпуса, предотвращая чрезмерный крен и обеспечивая устойчивость робота.

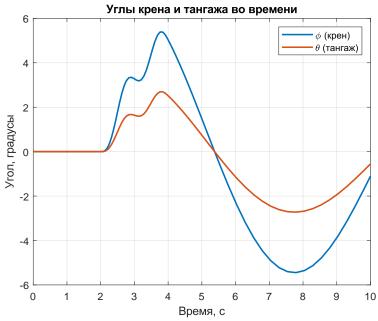


Рис. 2. Графики изменения углов крена ϕ и тангажа θ

Силы в подвеске и активное демпфирование позволили снизить вибрации и обеспечить плавность движения, что подтверждается анализом силовых характеристик подвески в процессе моделирования. Энергопотребление системы управления находилось на приемлемом уровне, что важно для автономной работы робота. Оптимизация параметров управления позволила достичь баланса между производительностью и энергоэффективностью.

Результаты моделирования подтверждают эффективность разработанной системы управления. Робот успешно выполняет задачи по движению по наклонным и неровным поверхностям, сохраняя заданные параметры движения и ориентации. Активное управление подвеской способствует снижению вибраций и улучшению взаимодействия с поверхностью, что повышает устойчивость и надежность робота. Полученные данные демонстрируют, что предложенный подход к математическому моделированию и управлению мобильным роботом с амортизирующим шасси является действенным и может быть использован в дальнейшем для разработки реальных прототипов и их внедрения в различных приложениях.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Zhang H., Lin W., Chen A. Path Planning for the Mobile Robot: A Review. Symmetry. 2018;10(10):450.
- 2. Jiang S., Li Z., Lin S. et al. Design, Control and Experiments of an Agile Omnidirectional Mobile Robot with Active Suspension. *IEEE CASE*. 2022:913–918.
- 3. Patle B., GaneshBabu L., Pandey A. et al. A Review on Path Planning Strategies for Navigation of Mobile Robot. *Defence Technology*, 2019:15(1):82–90.
- 4. Rafai A. N. A., Adzhar N., Jaini N. A Review on Path Planning and Obstacle Avoidance Algorithms for Autonomous Mobile Robots. *J. Robotics*. 2022:1–14.
- 5. Sahoo S. K., Choudhury B. B. A Review of Methodologies for Path Planning and Optimization of Mobile Robots. *Journal of Process Management and New Technologies*. 2023;11(1):34–52.
- 6. Qin H., Shao S., Wang T. et al. Review of Autonomous Path Planning Algorithms for Mobile Robots. *Drones*. 2023;7(3):211.
- 7. Raskatov V. D., Rubtsov V. Computer Simulation of a Group of Mobile Robots in Special Software Tools. *ITM Web of Conferences*. 2020;35(3):04017.
- 8. Kondratyev S., Pikalov V., Belokopytov R., Evseev A. Development of Control System for Simulation and Verification of Four-Wheeled Mobile Robot Model with Shock-Absorbing Chassis. *SUMMA Conference*. 2022:775–780.

DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-09

МЕТОДЫ АНАЛИЗА ТЕКСТА НА ЕСТЕСТВЕННОМ ЯЗЫКЕ В ЗАДАЧЕ ЭКСТРАКТИВНОГО ИНФОРМАЦИОННОГО ПОИСКА

Ю. В. Перцев

Аннотация: в статье рассматривается лингво-математическое обеспечение интеллектуальных информационно-поисковых систем. Активно развивающиеся последнее десятилетие большие языковые модели, способные решать задачи информационного поиска, часто оказываются ресурсоемкими и имеют избыточный функционал при встраивании в специализированные информационные системы. Это создает необходимость разработки более легковесных методов обработки текста на естественном языке. Рассматривается экстрактивный подход к организации вопросно-ответного поиска, задача которого состоит в нахождении предложений, отвечающих на вопрос в заранее выбранном документе. В рамках организации этого подхода предлагаются методы анализа морфологии, синтаксиса и семантики естественного языка. Для реализации графового синтаксического анализа, основанного на взвешивании полного ориентированного графа искусственной нейронной сетью прямого распространения, собран корпус текстов на русском языке, содержащий 8800 предложений. Также этот корпус используется для получения набора синтаксически ориентированных векторных представлений слов, применяющегося на этапе семантического анализа, посредством модели, основанной на архитектуре непрерывного мешка слов. Механизм ранжирования предложений относительно вопроса основан на формализации семантики текста на естественном языке в виде сильно-связного ориентированного графа, выявляющего неявные содержательные закономерности языковых структур.

Ключевые слова: обработка естественного языка, компьютерная лингвистика, корпус текстов, синтаксис, семантика.

Для цитирования: Перцев Ю. В. Методы анализа текста на естественном языке в задаче экстрактивного информационного поиска. *Успехи кибернетики*. 2024;5(4):67-74. DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-09.

Поступила в редакцию: 07.10.2024. В окончательном варианте: 05.11.2024.

NATURAL LANGUAGE PROCESSING FOR EXTRACTIVE SEARCH

Yu. V. Pertsev

South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation

image: me@pertsvuv.com

Abstract: the paper presents the linguistic software for intelligent search systems. Large language models have been actively developing for the last decade. LLMs suitable for information search often require extensive resources and have redundant functionality when embedded into targeted information systems. Lightweight approaches to natural language processing are needed. We considered an extractive approach to a "question-answer" search intended to find sentences that answer a question in the specified document. For this, we proposed methods for analyzing the morphology, syntax, and semantics of the natural language. A corpus of Russian language texts containing 8,800 sentences was collected to implement graph-based syntax analysis with a weighting of a completely oriented graph by a forward-propagation artificial neural network. This corpus was also used to produce a set of syntax-oriented vector representations of words, applied in the semantic analysis by using a model based on a continuous bag of words architecture. The sentence ranking by relevance to the question is based on representing the semantics of the natural language text as a strongly connected directed graph, revealing implicit meaningful patterns within the language structures.

Keywords: natural language processing, computational linguistics, text corpora, syntax, semantics. *Cite this article*: Pertsev Yu. V. Natural Language Processing for Extractive Search. *Russian Journal*

of Cybernetics. 2024;5(4):67–74. DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-09.

Original article submitted: 07.10.2024. Revision submitted: 05.11.2024.

Введение

В настоящее время перспективным направлением развития интеллектуальных информационно-поисковых систем являются программные комплексы, способные анализировать и синтезировать тексты на естественном языке, — системы с естественно-языковым интерфейсом. К информационно-поисковым системам с естественно-языковым интерфейсом относят интеллектуальные поисковые системы, вопросно-ответные сервисы, виртуальные собеседники и иные системы, работа которых сопряжена с интеллектуальной обработкой естественного языка при решении задач информационного поиска. Появление больших языковых моделей и реализация информационно-поисковых систем на их основе, способных эффективно решать задачи информационного поиска, приведут сначала к стремительному изменению ландшафта рынка поисковых систем, а затем и к реорганизации всей человекомашинной коммуникации [1]. Однако большие языковые модели, представляющие собой массивные программные комплексы с сотнями миллионов настраиваемых параметров и стремящиеся к информационной универсальности и мультимодальности, с прикладной точки зрения зачастую оказываются ресурсоемкими инструментами с избыточным функционалом. Это обуславливает необходимость разработки легковесных методов обработки естественного языка.

Модель задачи экстрактивного поиска

Рассмотрим два концептуально разных подхода к организации вопросно-ответного информационного поиска. Пусть пользователь сформулировал некоторый информационно сложный поисковый запрос, то есть такой вопрос, что ответ на него не может быть заключен в единственном односложном предложении, а вопросно-ответной системе предстоит дать на этот вопрос наиболее полный и точный ответ. Первый подход к решению подобной задачи заключается в анализе нескольких документов и выделении наиболее релевантных участков текста, совокупность которых образует ответ на вопрос пользователя, — таким образом, задача фактически сводится к ранжированию связных частей текста и выбору некоторого количества наиболее релевантных вопросу. Другим подходом является генерация ответа, содержательно обобщающего участки текста одного документа или коллекции документов, то есть синтез нового текста, не представленного явно в исходном. Эти концептуально разные подходы — экстрактивный и генеративный — обуславливают особенности пользовательского опыта в различных поисковых ситуациях.

Задача экстрактивного вопросно-ответного поиска формулируется следующим образом: дана пара (d, Q), где Q — вопросительное предложение, представленное в виде мешка слов, $d \in D$ — документ, предварительно выбранный из некоторой коллекции так, чтобы подходить по смыслу к вопросу Q. Необходимо найти предложения, отвечающие на вопрос Q.

Структура вопросно-ответной системы

В качестве ядра вопросно-ответной системы рассмотрим лингвистический модуль, обеспечивающий интеллектуальную обработку текста. Эффективность системы всецело диктуется качеством реализации алгоритмической и программной составляющих лингво-математического обеспечения, то есть, с одной стороны, теоретической эффективностью методов обработки естественного языка, а с другой — непосредственным воплощением этих методов в программном коде.

Естественный язык, будучи семиотически наиболее сложной и неоднородной знаковой системой, состоит из нескольких взаимосвязанных уровней, — их принято рассматривать в виде следующих формальных структур (рисунок 1).

В контексте вычислительного языкознания лексический уровень рассматривает словари, отдельные слова и их свойства, синтаксис — грамматику сочетания слов и фраз, семантика — языковой смысл. На рисунке отсутствуют два уровня: морфологический, рассматривающий грамматику слово-изменения, и прагматический — язык в контексте коммуникации, а в некоторых языковых теориях принято выделять подуровни, например поверхностные и глубинные в морфологии и синтаксисе; морфологический уровень на рисунке инкапсулирован лексическим уровнем.

Лингвистический модуль выполняет две задачи: получение формализованных представлений семантики текстов для последующей организации поиска и семантический анализ вопроса. Структура вопросно-ответной системы, соответствующая представленной формализации языка, показана на рисунке 2.

Рис. 1. Высокоуровневое устройство естественного языка

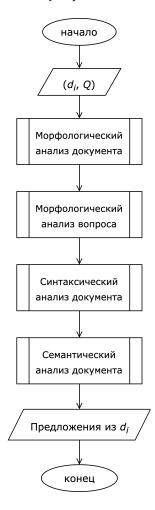


Рис. 2. Вопросно-ответная система

Заметим, что в рассматриваемой вопросно-ответной системе производится исключительно языковой анализ текстов, без использования того, что называется «концептуальным представлением», то есть без использования внешних по отношению к языку знаний о мире.

Анализ морфологии текста

Методы компьютерной морфологии позволяют анализировать и синтезировать слова естественного языка, однако обычно под морфологическим анализом понимается определение канонической формы слова и грамматических свойств заданной словоформы. Если требуется создать нужную грамматическую форму слова, то данная задача называется порождением словоформы. Перед морфологическим анализом проводится предварительная обработка текста: разбитие его на предложения и выделение в них отдельных элементов, таких как слова, числа, знаки препинания и другие атомарные последовательности символов, что называется токенизацией. После этого в словаре, специальным образом представленном в памяти компьютера, по словоформе осуществляется нахождение набора

граммем. Граммемы соответствуют принятым наборам в проекте OpenCorpora [2].

Анализ синтаксиса текста

Синтаксическим анализом называется процесс выявления грамматической структуры предложения. Рассматривая предложение как цепочку слов, мы можем представить информацию о его грамматическом строении как набор сведений о «главенствовании» одних точек цепочки над другими. Задать такой набор — значит задать некоторое дерево на множестве точек цепочки. В работе рассматривается нейросетевой метод построения грамматики зависимостей на материале русского языка.

Можно сказать, что всякая новая нотация, описывающая синтаксис, или всякий новый корпус текстов представляет собой новый формализм описания синтаксических отношений в некоторой грамматике, в данном случае — грамматики зависимостей. Наиболее популярными стандартами описания русского языка в терминах деревьев синтаксического подчинения являются Universal Dependencies и СинТагРус. В основу принимаемого в данной работе формата синтаксической структуры лег стандарт СинТагРус с некоторыми изменениями [3]. Так, например, в корпусе СинТагРус эллиптические конструкции явно восстанавливаются внутри синтаксических деревьев, а в формате зависимостей, принятом в данной работе, восстановление эллиптических конструкций не предполагается.

Вручную собрана и размечена коллекция текстов веб-страниц на русском языке, снабженная морфологической разметкой, указывающей нормальную форму слова и набор значений грамматических характеристик в измененной нотации OpenCorpora; синтаксической разметкой, задающей строй предложений в виде грамматики зависимостей; разметкой вида синтаксических отношений. Всего в корпусе содержится 8800 предложений, 210152 токена, из них 173943 входят в размеченные синтаксические структуры.

На малый корпус размером в 2200 предложений, представленный в формате SQLite, получено свидетельство о государственной регистрации базы данных [4].

Построение синтаксической структуры проходит в три этапа. На первом этапе из всех токенов, участвующих в синтаксическом анализе, формируется полный ориентированный граф, дополняющийся корневой вершиной (показан на рисунке 3). Затем граф взвешивается посредством нейронной сети. После этого в получившемся графе производится поиск ориентированного остовного корневого дерева максимального веса посредством алгоритма Чу-Лью-Эдмондса — это дерево и есть искомая синтаксическая структура.

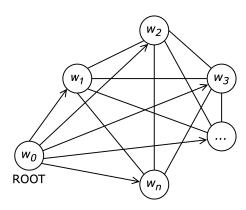


Рис. 3. Репрезентация предложения в виде графа

Искусственная нейронная сеть прямого распространения обучена на собранном корпусе текстов. Так как предложение в процессе анализа представляется в виде полного ориентированного графа с дополнительной корневой вершиной, нейронной сети необходимо оценить все дуги этого графа. Таким образом, для правильного ее обучения из каждой синтаксической структуры исходного корпуса формируется полный ориентированный граф, дополненный корневой вершиной; если исходное дерево содержит n зависимостей, то после преобразований получившийся граф содержит уже n^2 зависимостей.

Входной слой нейронной сети состоит из 429 узлов, второй слой — из 512 узлов, третий — из 128 узлов, четвертый — из 2 узлов. В качестве функции активации на промежуточных слоях используется ReLU, на выходном слое — функция Softmax. В качестве функции потери используется

бинарная кросс-энтропия. В качестве оптимизатора используется переработанный Adafactor с предварительно настроенными параметрами [5]. Функция оценки точности и функция потерь представлены на рисунке 4.

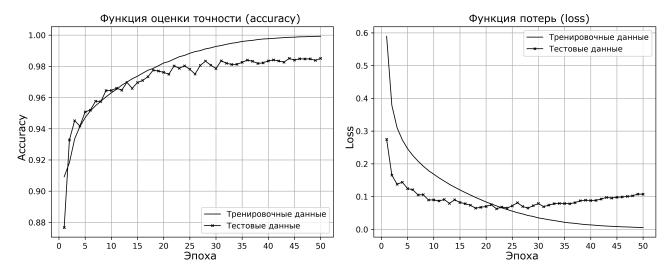


Рис. 4. Функция оценки точности и функция потерь на 50 эпохах обучения

На программу анализа текста с выделением синтаксических зависимостей получено свидетельство о государственной регистрации [6].

Для представления слов в виде единообразных объектов, удобных для машинных вычислений и наиболее полно отражающих языковой смысл, используются векторные пространства слов, получаемые с помощью обработки корпусов текстов специальными методами. Одним из основных методов является семейство word2vec [7, 8]. В работе [9] излагается идея метода построения синтаксически ориентированного векторного пространства слов на основе архитектуры Skip-Gram. Таким образом, контекст предсказываемого слова формируется не линейно, а согласно окрестности узла слова внутри синтаксического дерева. Очевидным преимуществом использования грамматики зависимостей в качестве контекста является инвариантность синтаксического дерева относительно порядка слов. Разработан метод синтеза синтаксически ориентированных векторных представлений на основе архитектуры непрерывного мешка слов [10]. Полученное таким образом векторное пространство используется для конструирования функции семантического сходства (1).

Анализ синтактико-семантической структуры текста

Идея формального описания семантики естественного языка основана на моделировании процесса чтения текста. Для начала рассмотрим этот процесс с точки зрения человека. Текст состоит из предложений, предложения — из слов — символьных цепочек, обладающих внутренней структурой — морфологией и структурой сочетаемости — синтаксисом. Мы вправе ожидать, что порядок слов в языке не случаен, а подчиняется некоторым неявным закономерностям: определение всегда стоит после определяемого слова или всегда перед ним, связанные друг с другом слова располагаются рядом, а не раскиданы в разные концы предложения и т.п. Однако можно заметить, что процесс чтения и восприятия различных частей предложения или целого текста может значительно варьироваться: например, в процессе чтения мы можем пропустить причастный оборот, некоторую вводную конструкцию или даже часть текста, — такие приемы чтения могут быть осуществлены без особого ущерба для понимания.

Пусть текст представлен ориентированным графом, причем таким, что структура входящих в него предложений формируется на основе деревьев синтаксических зависимостей. Эту структуру назовем семантическим графом. На графе определен некоторый агент, произвольно перемещающийся от одного слова к другому. Агент способен перейти ко всякому слову из любого другого слова за конечное число шагов (рисунок 5).

Если агент достигает слова, от которого зависит только одно слово, он может вернуться к предыдущему ветвлению — это позволяет ему выбрать более одного следующего слова для «чтения» (рисунок 6).

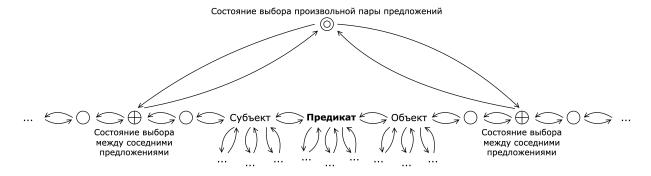


Рис. 5. Строение предложения в семантическом графе

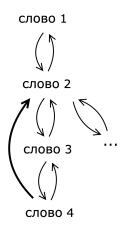


Рис. 6. Обратный переход на участке семантического графа

Предложение, как правило, описывает некоторую ситуацию с одним или несколькими «участниками». Организующим началом всякого предложения является предикат: ему в грамматике зависимостей подчинены участники ситуации, то есть субъект действия и объект действия. Иногда объект, субъект или предикат могут отсутствовать, но их можно восстановить посредством обращения к контексту. Эта цепочка — субъект, предикат, объект — является центральной конструкцией всего предложения, и если эллипсис в ней игнорируется на уровне синтаксиса, то на уровне семантики все три элемента присутствуют, — пропущенное слово цепочки заменяется знаком Ø. Все остальные конструкции предложения зависят от слов главной цепочки. Агент, «читающий» текст, волен выбирать, какой участок предложения ему интересен, а какой участок он готов пропустить.

Длина предложения зачастую обусловлена объединением нескольких грамматических основ в одном предложении, таким образом в нем соседствуют несколько главных конструкций. В этом случае из предложения выделяются главные цепочки с сохранением синтаксических зависимостей от них.

Агент одновременно с каждым переходом от одного слова w_i к w_j обращается к некоторому внешнему контексту — вопросу, заданному к тексту (рисунок 7). Вопрос представлен в виде мешка слов $Q = \{q_1, ..., q_m\}$.

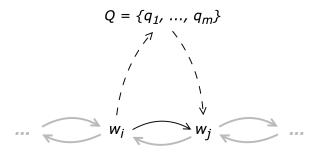


Рис. 7. Переход в семантическом графе от слова w_i к слову w_i с учетом контекста вопроса

Пусть задан словарь — множество лексем Dict, охватывающий все слова семантического графа и все слова вопроса, $w_i, w_j \in Dict$. Введем функцию семантического сходства двух слов sim: $Dict \times Dict \to (0, 1]$:

$$sim(w_i, w_j) = \begin{cases} 1, & i = j \\ \frac{1}{2}, & w_i = \emptyset \lor w_j = \emptyset \\ r, & \frac{1}{2} < r < 1 \\ s, & 0 < s < \frac{1}{2} \end{cases}$$
 (1)

Функция $sim(w_i, w_j)$ равна r, если слова w_i и w_j семантически близки. Иначе, функция равна s, если слова w_i и w_i семантически далеки.

Определим оценку контекста:

$$\varepsilon_{sim}^{ij} = \frac{1}{M} \frac{\sum_{m=1}^{M} \sin(\omega_j, q_m)}{\sin(\omega_i, \omega_i)}.$$
 (2)

Определим оценку перехода от слова w_i к слову w_j , учитывая контекст и встречаемость предложений со словом w_j (S — общее количество предложений в тексте, S_{w_j} — количество предложений, содержащих слово w_i , $\alpha \geqslant 1$, $\beta > 0$):

$$\Delta_{sim} = \left(\frac{S}{S_{w_i}} + \alpha\right)^{\beta \cdot \varepsilon_{sim}^{ij}}.$$
 (3)

Особенность грамматики зависимостей заключается в том, что она позволяет рассматривать только бинарные отношения между словами, игнорируя отношения между словосочетаниями. Таким образом, агент, обходящий семантический граф, сформированный из бинарных наборов подчинения слов, знает только о предыдущем и следующем словах и «забывает» все ранее прочитанные слова. Определим вероятность перехода:

$$p_{ij} = \frac{\left(\frac{S}{S_{w_j}} + \alpha\right)^{\beta \cdot \varepsilon_{sim}^{ij}}}{\sum\limits_{k=1}^{K} \left(\frac{S}{S_{w_k}} + \alpha\right)^{\beta \cdot \varepsilon_{sim}^{ik}}}.$$
(4)

Решим задачу вопросно-ответного поиска, вычисляя соответствие предложения S_k вопросу Q (π_i — величина стационарного распределения для слова w_i):

$$score(S_k) = -\frac{1}{|S_k|} \sum_{i \in S_k} \pi_i \sum_j p_{ij} \ln p_{ij}.$$
(5)

Заключение

Методы и программы, представленные в данной работе, могут служить основой для разработки и совершенствования информационно-поисковых систем с естественно-языковым интерфейсом и иных программных комплексов, реализующих обработку естественного языка. Корпус текстов может служить основой для обучения моделей обработки естественного языка.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Could ChatGPT Pose a Threat to Google's Dominance in Search? Режим доступа: https://www.entrepreneur.com/science-technology/could-chatgpt-pose-a-threat-to-googles-dominance-in-search/449033.
- 2. Проект «Открытый корпус». Режим доступа: http://opencorpora.org.
- 3. Дяченко П. В., Иомдин Л. Л., Лазурский А. В. и др. Современное состояние глубоко аннотированного корпуса текстов русского языка (СинТагРус). *Труды института русского языка им. В. В. Виноградова*. 2015;6:272–300. EDN: VJQBEX.
- 4. Перцев Ю. В., Япарова Н. М. *Синтаксически аннотированный корпус веб-текстов русского языка*. Свидетельство о государственной регистрации базы данных № 2023621467 от 02.05.2023.

- 5. Shazeer N., Stern M. *Adafactor: Adaptive Learning Rates with Sublinear Memory Cost.* DOI: 10.48550/arXiv.1804.04235.
- 6. Перцев Ю. В., Япарова Н. М. *Программа анализа русскоязычных текстов с выделением некоторых синтаксических зависимостей*. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2022681794 от 10.11.2022.
- 7. Mikolov T., Yih W., Zweig G. Linguistic Regularities in Continuous Space Word Representations. *Proceedings of NAACL-HLT*. 2013. P. 746–751.
- 8. Mikolov T., Chen K., Corrado G. S., Dean J. Efficient Estimation of Word Representations in Vector Space. *International Conference on Learning Representations*. DOI: 10.48550/arXiv.1301.3781.
- 9. Levy O., Goldberg Y. Dependency-Based Word Embeddings. *Proceedings of the 52nd Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics* 2014;2:302–308. DOI: 10.3115/v1/P14-2050.
- 10. Перцев Ю. В., Япарова Н. М. *Программа синтеза синтаксически ориентированных векторных представлений слов*. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2024617697 от 01.04.2024.

DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-10

ПЛАНИРОВАНИЕ ТРАЕКТОРИИ РОБОТА-МАНИПУЛЯТОРА

Н. В. Плотникова

Южно-Уральский государственный университет (НИУ), г. Челябинск, Российская Федерация ORCID: http://orcid.org/0000-0001-9164-8723, ♣ plotnikovanv@susu.ru

Аннотация: одной из задач кинематического управления роботом-манипулятором является задача планирования его траектории, т. е. предварительного определения программного движения степеней подвижности на некотором временном отрезке. Ее можно рассматривать как задачу математического программирования. В зависимости от требований, предъявляемых к перемещению схвата (обхождение конкретных точек траектории, перемещение из начальной точки в конечную по любой траектории и т. п.), в качестве ограничений могут выступать ограничения на скорости и ускорения обобщенных координат, обеспечивающие плавное движение манипулятора вдоль всей траектории; условия гладкости, предъявляемые к траектории, и др. В качестве целевой функции могут выступать время движения / обхода всех точек траектории, мощности выбираемых приводов и др. Предлагается использовать в качестве такого критерия величину погрешности позиционирования — в одной точке траектории она может принимать различные значения в зоне обслуживания для разных конфигураций манипуляционного механизма. Величину ошибки позиционирования схвата манипулятора в окрестности некоторой точки можно оценить с помощью квадратичной нормы отклонений, зависящей от обобщенных координат, их отклонений и параметров кинематической схемы (длин звеньев), она имеет максимумы и минимумы в области изменения этих параметров. При выборе таких положений, в которых погрешность имеет минимальное значение, траектория может быть построена именно через эти точки.

Ключевые слова: планирование траектории, робот-манипулятор, ошибка позиционирования.

Для цитирования: Плотникова Н. В. Планирование траектории робота-манипулятора. Успехи кибернетики. 2024;5(4):75–80. DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-10.

Поступила в редакцию: 04.10.2024. В окончательном варианте: 06.11.2024.

ROBOTIC ARM TRAJECTORY PLANNING

N. V. Plotnikova

South Ural State University (National Research University), Chelyabinsk, Russian Federation ORCID: http://orcid.org/0000-0001-9164-8723, plotnikovanv@susu.ru

Abstract: we addressed the task of trajectory planning, which involves the preliminary determination of the programmed motion of degrees of mobility over a specified time interval as a key aspect of kinematic control for robot manipulators. We framed this problem as a mathematical programming challenge. Depending on the requirements for the gripper's movement, such as bypassing specific trajectory points or transitioning between initial and final points along arbitrary paths, we defined constraints. These constraints include limits on the velocities and accelerations of generalized coordinates to ensure smooth manipulator motion along the trajectory, as well as smoothness conditions imposed on the trajectory itself.

We considered the movement time across all trajectory points, the power of the drives, and other factors as potential target functions. We proposed using the positioning error as the primary criterion, noting that this error varies within the envelope for different configurations of the robotic arm at specific trajectory points. We quantified the positioning error of the gripper near a given point using the quadratic norm of deviations, which depends on the generalized coordinates, their deviations, and the kinematic parameters of the mechanism (e.g., link lengths). This error exhibits maxima and minima within the range of these parameters. By identifying positions where the error reaches its minimum, we demonstrated that the trajectory can be planned precisely through these points, optimizing accuracy.

Keywords: trajectory planning, robotic arm, positioning error.

Cite this article: Plotnikova N. V. Robotic Arm Trajectory Planning. Russian Journal of Cybernetics. 2024;5(4):75–80. DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-10.

Original article submitted: 04.10.2024. Revision submitted: 06.11.2024.

Задачи планирования траектории манипуляторов приобретают особое значение как при разработке систем управления промышленных роботов, так и при проектировании автономных манипуляционных механизмов, работающих в различных средах [1-6]. При этом возможны различные подходы к планированию траектории: построение траектории в виде «склейки» из фрагментов — примитивов [7]; оптимизационный подход [8], когда формулируется некий критерий (время прохождения траектории, энергетические затраты приводов и т. д.) с установлением ограничений и др.

Важным вопросом при планировании траектории является точность позиционирования схвата манипулятора.

Цель исследования — предложить методику оценки и сравнения различных кинематических схем манипуляционных роботов с точки зрения точности позиционирования схвата и, на ее основе, планирования траектории манипулятора в смысле определения оптимальных положений звеньев манипулятора из условия минимума погрешности позиционирования.

Для разных конфигураций манипуляционного механизма величина погрешности позиционирования для одной и той же точки позиционирования может принимать различные значения в зоне обслуживания. Погрешность можно оценить как норму отклонений для конкретной конфигурации звеньев исполнительного механизма манипулятора, образующих разомкнутую кинематическую цепь с кинематическими парами пятого класса.

Используя матрицы перехода от i-й системы координат к (i-1)-й, координаты положения схвата манипулятора с вращательными парами в основной системе координат определяются [9]:

$$r = T(q) \cdot L, \qquad r^T = L^T \cdot T^T(q),$$
 (1)

где T — матрица поворота, L — вектор переноса начала координат, $q = \begin{bmatrix} q_1 & q_2 & \cdots & q_n \end{bmatrix}^T$ — вектор обобщенных координат манипулятора.

Величину ошибки позиционирования схвата манипулятора в окрестности некоторой точки $r^* =$ $T(q^*) \cdot L$ удобно оценить с помощью квадратичной нормы отклонений:

$$||S_r|| = \sqrt{[(\Delta r)^T (\Delta r)]}.$$
 (2)

Учитывая, что $(\Delta r)^T = L^T \cdot T_\delta(q^*) \cdot \Delta q$, где $\Delta q = [\Delta q_1 \quad \Delta q_2 \quad \cdots \quad \Delta q_n]^T$ — отклонения обобщенных координат, $\Delta q_i = [diag \ \Delta q_i] \ (3 \times 3), \ T_4(q^*) = [T_1 \quad T_2 \quad \cdots \quad T_n], \ T_i = \frac{\delta T^T(q)}{\delta q_i} \ \big|_{q=q^*}$, получим:

$$||S_r||^2 = L^T \cdot T_\delta \cdot \Delta q \cdot \Delta q^T \cdot T_\delta^T \cdot L.$$
(3)

Из этого следует, что норма координатных отклонений является функцией обобщенных координат q, их отклонений Δq и длин звеньев L и может иметь максимумы и минимумы в области изменения этих параметров.

Рассмотрим этот метод применительно к роботу, в кинематической схеме которого есть 3 вращательные пары 5-го класса (рис. 1).

Составив матрицы перехода, определим матрицы L и T(q), а также матрицу отклонений обобщенных координат Δq :

$$L(L_0, L_1, L_2, \gamma_1, \gamma_2) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ L_0 \\ L_1 \sin(\gamma_1) \\ 0 \\ -L_1 \cos(\gamma_1) + L_0 \\ L_2(\cos(\gamma_1) \cdot \sin(\gamma_2) + \cdot \sin(\gamma_1) \cdot \cos(\gamma_2)) + L_1 \sin(\gamma_1) \\ 0 \\ L_2(\sin(\gamma_1) \cdot \sin(\gamma_2) - \cos(\gamma_1) \cdot \cos(\gamma_2)) - L_1 \cos(\gamma_1) + L_0 \end{bmatrix}$$

$$T(q) = [\tau_1 | \tau_1 \cdot \tau_2 | \tau_1 \cdot \tau_2 \cdot \tau_3],$$

$$T(q) = [\tau_1 \mid \tau_1 \cdot \tau_2 \mid \tau_1 \cdot \tau_2 \cdot \tau_3]$$

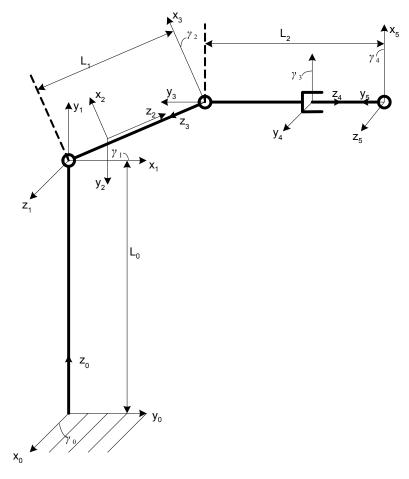


Рис. 1. Кинематическая схема

$$\tau_1 = \begin{bmatrix} \cos(\gamma 1) & 0 & \sin(\gamma 1) \\ 0 & -1 & 0 \\ \sin(\gamma 1) & 0 & -\cos(\gamma 1) \end{bmatrix},$$

$$\tau_1 \cdot \tau_2 = \left[\begin{array}{ccc} \cos(\gamma 1) \cdot \cos(\gamma 2) - \sin(\gamma 1) \cdot \sin(\gamma 2) & 0 & \cos(\gamma 1) \cdot \sin(\gamma 2) + \cdot \sin(\gamma 1) \cdot \cos(\gamma 2) \\ 0 & -1 & 0 \\ \cos(\gamma 1) \cdot \sin(\gamma 2) + \sin(\gamma 1) \cdot \cos(\gamma 2) & 0 & \sin(\gamma 1) \cdot \sin(\gamma 2) - \cos(\gamma 1) \cdot \cos(\gamma 2) \end{array} \right],$$

$$\begin{split} \tau_1 \cdot \tau_2 \cdot \tau_3 &= \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} \end{bmatrix}, \\ t_{11} &= (\cos(\gamma 1) \cdot \cos(\gamma 2) - \sin(\gamma 1) \cdot \sin(\gamma 2)) \cdot \cos(\gamma 3), \\ t_{12} &= (\cos(\gamma 1) \cdot \cos(\gamma 2) - \sin(\gamma 1) \cdot \sin(\gamma 2)) \cdot \sin(\gamma 3), \\ t_{13} &= -\cos(\gamma 1) \cdot \sin(\gamma 2) - \sin(\gamma 1) \cdot \cos(\gamma 2), \\ t_{21} &= -\sin(\gamma 3), \\ t_{22} &= \cos(\gamma 3), \\ t_{23} &= 0, \\ t_{31} &= (\cos(\gamma 1) \cdot \sin(\gamma 2) + \sin(\gamma 1) \cdot \cos(\gamma 2)) \cdot \cos(\gamma 3), \\ t_{32} &= (\cos(\gamma 1) \cdot \sin(\gamma 2) + \sin(\gamma 1) \cdot \cos(\gamma 2)) \cdot \sin(\gamma 3), \\ t_{33} &= \cos(\gamma 1) \cdot \cos(\gamma 2) - \sin(\gamma 1) \cdot \sin(\gamma 2), \\ \end{split}$$

$$\Delta(\Delta\gamma_1, \Delta\gamma_2, \Delta\gamma_3) = \begin{bmatrix} & \Delta\gamma_1 & 0 & 0 \\ & 0 & \Delta\gamma_1 & 0 \\ & 0 & 0 & \Delta\gamma_1 \\ & \Delta\gamma_2 & 0 & 0 \\ & 0 & \Delta\gamma_2 & 0 \\ & 0 & 0 & \Delta\gamma_2 \\ & \Delta\gamma_3 & 0 & 0 \\ & 0 & \Delta\gamma_3 & 0 \\ & 0 & 0 & \Delta\gamma_3 \end{bmatrix}.$$

Найдя частные производные и используя формулу (3), получим следующую зависимость:

$$S_r = L(L_i, \gamma_i)^T \cdot T(\gamma_i) \cdot \Delta(\Delta \gamma_i) \cdot \Delta(\Delta \gamma_i)^T \cdot T(\gamma_i)^T \cdot L(L_i, \gamma_i).$$

Определив координаты центра схвата, решим обратную задачу кинематики и получим следующее дерево решений (рис. 2).

Затем построим графики зависимости квадратичной нормы отклонений от обобщенных координат манипулятора γ_1 , γ_2 , γ_3 (рис. 3–5). Для этого по очереди будем полагать один угол известным, а два других — неизвестными аргументами. Для построения был использован пакет MathCad.

По графикам можно определить приближенные значения, в которых функция принимает минимальные значения. Рассмотрим одну из наименьших величин ошибки позиционирования, равной 0,216 мм. Она достигается при следующих значениях обобщенных координат: $\gamma_1 = 27^\circ$, $\gamma_2 = 49^\circ$, $\gamma_3 = 85^\circ$.

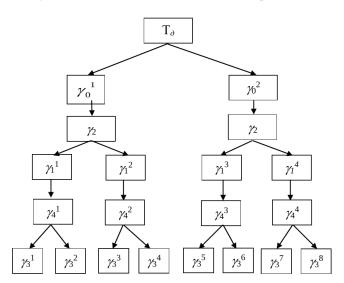


Рис. 2. Дерево возможных решений

Составим ряд значений обобщенных координат (табл. 1), при которых ошибка позиционирования не превышает 2 мм.

Таблица 1

Ошибка позиционирования							
γ_1 , \circ	20	20	20	20	30	40	
γ_2,\circ	50	70	40	60	50	50	
γ_3,\circ	70	70	80	100	80	90	
S_r , mm	1,191	1,558	1,601	1,895	0,706	1,18	

Составим из этих координат траекторию и определим положения схвата манипулятора, решая прямую задачу кинематики. Для облегчения расчетов и наглядности примем два угла равными нулю, а именно $\gamma_0 = \gamma_4 = 0^\circ$. Тогда при таком упрощении робот будет двигаться только в плоскости XOZ. Соответственно, получим следующие координаты схвата манипулятора (табл. 2).

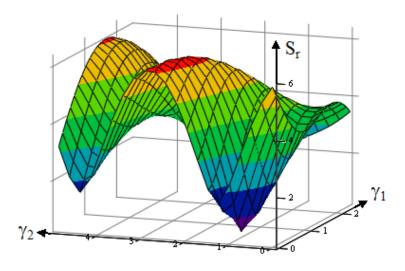


Рис. 3. График функции $S_r(\gamma_1, \gamma_2)$

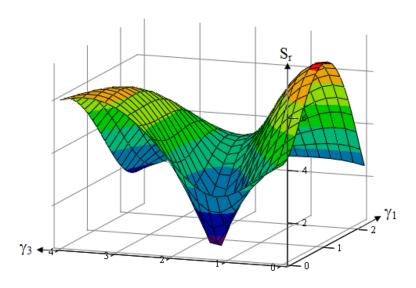


Рис. 4. График функции $S_r(\gamma_1, \gamma_3)$

Таблица 2

Координаты схвата манипулятора

X, mm	1148	1223	1268	1284	1395	1524		
Z, mm	63,246	222,806	392,861	586,246	451,795	707,164		

Сформулируем алгоритм планирования траектории.

Для того, чтобы построить траекторию для конкретного манипулятора, необходимо выполнить следующие действия.

- 1. Составить кинематическую схему манипулятора и получить матрицы относительного положения звеньев.
- 2. Решить обратную задачу кинематики для заданных точек и получить дерево возможных решений.
- 3. Определить ошибки позиционирования для всех возможных конфигураций, определяющих заданное положение схвата манипулятора, по формуле:

$$S_r = \sqrt{L^T \cdot T \cdot \Delta q \cdot \Delta q^T \cdot T^T \cdot L}.$$

4. Выбрать такие положения (значения обобщенных координат), в которых погрешность имеет минимальные значения.

- 5. Решить прямую задачу кинематики, получив значения координат центра схвата.
- 6. Построить траекторию через заданные точки.

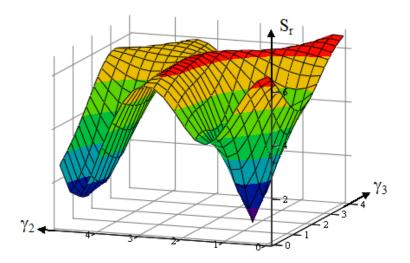


Рис. 5. График функции $S_r(\gamma_2, \gamma_3)$

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Пол Р. *Моделирование, планирование траекторий и управление движением робота-манипулятора.* Пер. с англ. А. Ф. Верещагина, В. Л. Генерозова; под ред. Е. П. Попова. М.: Наука; 1976. 103 с.
- 2. Балабанов А. Н., Безуглая А. Е., Шушляпин Е. А. Управление манипулятором подводного робота. *Информатика и автоматизация*. 2021;20(6):1307–1332. DOI: 10.15622/ia.20.6.5.
- 3. Pshikhopov V., Medvedev M. Trajectory Planning Algorithms in Two-Dimensional Environment with Obstacles. *Информатика и автоматизация*. 2022;3:459–492. DOI: 10.15622/ia.21.3.1.
- 4. Corke P. Robotics, Vision and Control. Springer Cham; 2023. 570 p. DOI: 10.1007/978-3-031-07262-8.
- 5. Spong M. W., Hutchinson S., Vidyasagar M. *Robot Modeling and Control*. John Wiley & Sons; 2020. 608 p.
- 6. Михайлов М. И. Моделирование кинематики мобильного колесного робота. *Вестник Гомельского государственного технического университета имени П. О. Сухого*. 2023;2:14–21.
- 7. Головин В. А., Яковлев К. С. Примитивы движения робота в задаче планирования траектории с кинематическими ограничениями. *Информатика и автоматизация*. 2023;6:1354–1386. doi: 10.15622/ia.22.6.4.
- 8. Плотникова Н. В. Математическое программирование в задачах планирования траектории робота. *Актуальные проблемы современной науки*: Материалы 10-й Международной конференции. Самара: Самарский государственный университет; 2009.
- 9. Попов Е. П., Верещагин А. Ф., Зенкевич С. Л. *Манипуляционные роботы: Динамика и алгоритмы*. М.: Наука; 1978. 398 с.

DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-11

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗВИТИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ В ИСПАРЯЮЩЕЙСЯ ЖИДКОЙ ПЛЕНКЕ

Л. А. Прокудина

Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Российская Федерация ORCID: http://orcid.org/0000-0003-0793-7667, ♣ prokudinala@susu.ru

Аннотация: представлена нелинейная математическая модель состояния свободной поверхности гравитационно стекающей вязкой жидкой пленки в процессах тепло-массообмена. Это нелинейное дифференциальное уравнение в частных производных четвертого порядка содержит как пространственные производные, так и производные по времени. Коэффициенты модели включают параметры поверхностного натяжения, термокапиллярных сил, испарения. Осуществлен переход к разностному уравнению — аналогу исходной математической модели состояния свободной поверхности жидкой пленки. Разработаны вычислительные алгоритмы исследования неустойчивости и состояния свободной поверхности волнового течения жидкой пленки для умеренных чисел Рейнольдса. Проведены вычислительные эксперименты по нелинейному развитию возмущений и выявлению неустойчивых режимов течения жидкой пленки воды, в частности, при неустойчивости Марангони. Найдены области неустойчивости жидкой пленки, в которых выделены режимы с максимальным значением инкремента как при свободном стекании, так и при испарении. Рассчитаны критические значения чисел Марангони, при которых происходит разрушение жидкой пленки. Представлены результаты численного моделирования нелинейного развития возмущений и формирования состояния свободной поверхности испаряющейся жидкой пленки, которые могут быть использованы при конструировании или модернизации существующего пленочного оборудования, а также при разработке технологических процессов в жидких пленках.

Ключевые слова: жидкая пленка, испарение, неустойчивость, параметр Марангони.

Для цитирования: Прокудина Л. А. Математическое моделирование развития возмущений в испаряющейся жидкой пленке. *Успехи кибернетики*. 2024;5(4):81–87. DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-11.

Поступила в редакцию: 03.10.2024. В окончательном варианте: 07.11.2024.

SIMULATION OF THE EVOLUTION OF DISTURBANCES IN AN EVAPORATING LIQUID FILM

L. A. Prokudina

South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation ORCID: http://orcid.org/0000-0003-0793-7667, prokudinala@susu.ru

Abstract: we present a nonlinear simulation describing the state of a viscous liquid film's free surface during gravitational flow and heat and mass transfer processes. It is a nonlinear fourth-order partial differential equation that contains both spatial and time derivatives. The model coefficients include surface tension, thermocapillary forces, and evaporation. We converted it to a difference equation, an analog of the initial simulation of the liquid film's free surface. We developed computational algorithms to study the instability and free-surface behavior of a liquid film's wave flow at moderate Reynolds numbers. We conducted computational experiments on the nonlinear evolution of disturbances and identified unstable flow regimes in a liquid water film, particularly those with Marangoni instability. We present the results of numerical simulation of the nonlinear evolution of disturbances and the formation of the evaporating liquid film's free surface state, which can be applied to the design and upgrades of manufacturing equipment and processes.

Keywords: liquid film, evaporation, instability, Marangoni number.

Cite this article: Prokudina L. A. Simulation of the Evolution of Disturbances in an Evaporating Liquid Film. Russian Journal of Cybernetics. 2024;5(4):81–87. DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-11.

Original article submitted: 03.10.2024. Revision submitted: 07.11.2024.

Введение

Широкое применение жидких пленок в промышленности [1–3] обусловлено, в частности, большой поверхностью контакта. Пленочные аппараты используются при работе с веществами, обрабатываемыми в тонких слоях, например, упаривание пищевых продуктов, чувствительных к высоким температурам, нагрев веществ, способных пригорать при длительном контакте с поверхностью нагрева.

При разработке технологических процессов в жидких пленках, а также при проектировании пленочных аппаратов необходимо учитывать влияние различных физико-химических факторов на режимы и характеристики пленочного течения [4–11]. Ввиду распространенности промышленных пленочных аппаратов, в которых реализуется течение жидких пленок (испарители, выпарные аппараты, кипятильники), исследование режимов течения жидких пленок актуально и практически значимо.

Целью данной работы является численное исследование как волновых характеристик, областей неустойчивости, так и состояния свободной поверхности испаряющейся жидкой пленки.

Математическая модель течения тонкого слоя вязкой жидкости

Рассмотрим течение жидкой пленки воды по вертикальной нагретой поверхности для диапазона чисел Рейнольдса $1 \le Re \le 15$ (рис. 1). Обозначим толщину пленки $\delta(x,t)$, а отклонение свободной поверхности жидкой пленки от невозмущенного состояния $\psi(x,t)$.

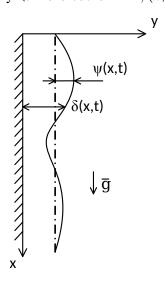


Рис. 1. Гравитационно стекающая жидкая пленка

Введем следующие безразмерные переменные и параметры: Re — число Рейнольдса, M — число Марангони, F_x — число Фруда, Ku — число Кутателадзе, Pr — число Прандтля. Уравнение для отклонения свободной поверхности жидкой пленки от невозмущенного состояния имеет следующий вид [12]:

$$\frac{C}{RePrKu}(1-\psi) + b_1 \frac{\partial \psi}{\partial x} + b_2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + b_3 \frac{\partial^4 \psi}{\partial x^4} + b_4 \psi \frac{\partial \psi}{\partial x} + b_5 \psi \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + b_5 \psi \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + b_5 \psi \left(\frac{\partial \psi}{\partial x}\right)^2 + \left(b_8 \frac{\partial}{\partial x} - 1\right) \frac{\partial \psi}{\partial t} = 0, \quad (1)$$

где $b_1=-ReF_x$, $b_2=-\frac{1}{2}ReM+\frac{3}{40}Re^3F_x^2+\frac{2}{3}{\rm sign}\,\Delta T\frac{Re}{(RePrKu)^2}$, $b_3=-\frac{1}{3}\sigma Re$, $b_4=-2ReF_x$, $b_5=b_6=-ReM+\frac{9}{20}Re^3F_x^2$, $b_7=-ReM+\frac{9}{4}Re^3F_x^2$, $b_8=\frac{5}{24}Re^2F_x$, ${\rm sign}\,\Delta T=0$ и C=0 соответствует свободному стеканию пленки, а неизотермические процессы, например, испарение ${\rm sign}\,\Delta T=-1$ и C=1.

Для неизотермических процессов, к которым относятся процессы испарения, конденсации жидкой пленки, высокие градиенты температуры могут привести к разрыву пленки и образованию на поверхности пленочного аппарата так называемого «сухого пятна». Критические значения числа Марангони, при которых происходит разрушение пленки, вычисляются по формуле [13]:

$$M_{\rm K} = \frac{3}{20} Re^2 F_{\rm X}^2 - \frac{2}{Rek^2} \left(a_0 - \frac{a_1}{a_2} \right) + \frac{4 sign \Delta T}{3 (RePrKu)^2},$$

где $a_0 = b_3 k^4$, $a_1 = -b_1 k$, $a_2 = b_8 k$.

Волновые характеристики

Рассмотрев линейную часть уравнения (1), получим дисперсионное уравнение вида:

$$-\frac{C}{RePrKu} + \omega (b_8k + i) + b_3k^4 - b_2k^2 + b_1ik = 0,$$
(2)

где $\omega = \omega_r + i\omega_i$, ω_r — частота, ω_i — инкремент, k — волновое число.

Из уравнения (2) выведены формулы для частоты, инкремента и фазовой скорости:

$$\omega_r = \frac{Y - XZ}{1 + Z^2},$$

$$\omega_i = X + \omega_r Z,$$

$$c_r = \frac{\omega_r}{b},$$

где
$$X = b_3 k^4 - b_2 k^2 - \frac{C}{RePrKu}$$
, $Y = -b_1 k$, $Z = b_8 k$.

Вычислительные эксперименты проведены для чисел Рейнольдса в диапазоне $1 \le Re \le 15$ и волновых чисел $0 \le k \le 0,5$. Рассчитаны волновые характеристики, области неустойчивости жидких пленок воды для режимов свободного стекания и испарения.

Для расчета значений волновых характеристик на языке Python реализован следующий алгоритм.

Шаг 1. Выбрать значения параметров Re, sign ΔT , M, Pr, Ku, C, диапазон волновых чисел k и шаг Δk .

Шаг 2. Рассчитать значения коэффициентов b_1 , b_2 , b_3 и b_8 .

Шаг 3. Для каждого значения волнового числа k в выбранном диапазоне вычислить значения инкремента ω_i , частоты ω_r и фазовой скорости c_r .

Шаг 4. Найти значение волнового числа, при котором инкремент ω_i достигает своего максимального значения, такой режим течения называется оптимальным.

В таблице 1 показаны области неустойчивости пленочного течения, это диапазоны волновых чисел, при которых инкремент принимает положительные значения. В режиме испарения течение жидкой пленки воды устойчиво до числа Рейнольдса, равного восьми.

Области неустойчивости

Таблица 1

Re	k					
Ke	Свободное стекание	Испарение				
1	[0; 0,028]	_				
2	[0; 0,049]	_				
3	[0; 0,068]	_				
4	[0; 0,087]	_				
5	[0; 0,104]	_				
6	[0; 0,121]	_				
7	[0; 0,138]	_				
8	[0; 0,154]	_				
9	[0; 0,170]	[0,082; 0,149]				
10	[0; 0,185]	[0,070; 0,172]				
11	[0; 0,201]	[0,062; 0,191]				
12	[0; 0,216]	[0,056; 0,209]				
13	[0; 0,231]	[0,051; 0,225]				
14	[0; 0,245]	[0,047; 0,241]				
15	[0; 0,260]	[0,044; 0,256]				

В таблице 2 представлены максимальные значения инкремента и соответствующие им значения волнового числа и фазовой скорости для различных значений числа Рейнольдса. Максимальные

значения инкремента соответствуют оптимальным режимам течения, наблюдаемым в натурных экспериментах [1], и параметры таких течений необходимы для разработки технологических процессов в жидких пленках. При испарении наблюдается уменьшение максимальных значений инкремента и увеличение соответствующих им значений фазовой скорости по сравнению с режимом свободного стекания.

Режимы максимального инкремента

Испарение

Свободное стекание

Таблица 2

Re	ebecognet transmit			11011mp 011110		
Me	k	$\omega_{i\ max}$	C_r	k	$\omega_{i max}$	C_r
1	0,019	0,000221	2,999862	0,022	-	3,312266
2	0,034	0,001401	2,998249	0,037	-	3,309991
3	0,048	0,004104	2,992305	0,052	-	3,301833
4	0,061	0,008707	2,978232	0,066	-	3,282743
5	0,072	0,015355	2,952016	0,078	-	3,247527
6	0,083	0,023874	2,910471	0,090	-	3,192421
7	0,093	0,033762	2,852293	0,100	-	3,116433
8	0,102	0,044279	2,778603	0,109	-	3,021902
9	0,110	0,054639	2,692657	0,117	0,015343	2,913697
10	0,116	0,064188	2,598827	0,124	0,032359	2,797757
11	0,122	0,072502	2,501552	0,129	0,046600	2,679622
12	0,126	0,079386	2,404601	0,134	0,058181	2,563644
13	0,130	0,084838	2,310695	0,138	0,067345	2,452824
14	0,133	0,088954	2,221651	0,141	0,074413	2,348889
15	0,136	0,091903	2,138410	0,143	0,079713	2,252690

Критические значения числа Марангони, рассчитанные для режима максимального значения инкремента, приведены в таблице 3. Можно отметить, что для испарения характерны меньшие критические значения числа Марангони.

Критические значения числа Марангони

Таблица 3

Re	Свобо	дное стекание	Испарение		
Re	k	$M_{ m \scriptscriptstyle K}$	k	$M_{\scriptscriptstyle m K}$	
1	0,019	26595,32	0,022	19837,3	
2	0,034	2078,66	0,037	1755,78	
3	0,048	465,52	0,052	397,2	
4	0,061	163,8	0,066	140,48	
5	0,072	76,58	0,078	65,81	
6	0,083	41,19	0,090	35,59	
7	0,093	25,1	0,100	22,21	
8	0,102	16,83	0,109	15,18	
9	0,110	12,16	0,117	11,15	
10	0,116	9,43	0,124	8,67	
11	0,122	7,57	0,129	7,11	
12	0,126	6,37	0,134	5,99	
13	0,130	5,48	0,138	5,19	
14	0,133	4,83	0,141	4,61	
15	0,136	4,32	0,143	4,17	

При испарении возникающая неоднородность поверхностного натяжения приводит к появлению термокапиллярных сил (эффект Марангони). В этом случае поверхностный слой жидкой пленки вовлекает в свое движение близлежащие приповерхностные слои. В этих слоях идет формирование диссипативных структур (ячейки, валы, вихревые потоки) [14–16]. Также при исследовании жидкой

пленки идея о циркуляции потоков жидкости во впадинах и под гребнями высказывалась П. Л. Капицей [17].

Состояния свободной поверхности жидкой пленки

Для расчета состояния свободной поверхности жидкой пленки запишем уравнение (1) в следующем виде [18]:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{C(1-\psi)}{RePrKu} + b_1 \frac{\partial \psi}{\partial x} + b_2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + b_3 \frac{\partial^4 \psi}{\partial x^4} + b_4 \psi \frac{\partial \psi}{\partial x} + b_5 \psi \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + b_6 \left(\frac{\partial \psi}{\partial x}\right)^2 + b_7 \psi \left(\frac{\partial \psi}{\partial x}\right)^2$$
(3)

Рассмотрим следующие граничные условия:

$$\psi(x,0) = f(x) \tag{4}$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial x}(0,t) = g_1(t) \tag{5}$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}(0,t) = g_2(t) \tag{6}$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial x}(x_{max},t) = g_3(t) \tag{7}$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}(x_{max}, t) = g_4(t) \tag{8}$$

Осуществим переход от (3)–(8) к уравнениям в конечных разностях. Разобьем область пространства и времени путем построения конечно-разностной сетки:

$$G = \{(x_i, t_i): x_i = i\Delta x, t_i = j\Delta t, i = \overline{0, L_x}, j = \overline{0, L_t}\}.$$

Произведем следующую замену:

$$\begin{split} \frac{\partial \psi}{\partial x} \bigg|_{i}^{j} &= \frac{-\psi_{i+2}^{j} + 8\psi_{i+1}^{j} - 8\psi_{i-1}^{j} + \psi_{i-2}^{j}}{12\Delta x} \\ \frac{\partial^{2} \psi}{\partial x^{2}} \bigg|_{i}^{j} &= \frac{-\psi_{i+2}^{j} + 16\psi_{i+1}^{j} - 30\psi_{i}^{j} + 16\psi_{i-1}^{j} - \psi_{i-2}^{j}}{12\Delta x^{2}} \\ \frac{\partial^{3} \psi}{\partial x^{3}} \bigg|_{i}^{j} &= \frac{\psi_{i+2}^{j} - 2\psi_{i+1}^{j} + 2\psi_{i-1}^{j} - \psi_{i-2}^{j}}{2\Delta x^{3}} \\ \frac{\partial^{4} \psi}{\partial x^{4}} \bigg|_{i}^{j} &= \frac{\psi_{i+2}^{j} - 4\psi_{i+1}^{j} + 6\psi_{i}^{j} - 4\psi_{i-1}^{j} + \psi_{i-2}^{j}}{\Delta x^{4}} \\ \frac{\partial \psi}{\partial t} \bigg|_{i}^{j} &= \frac{\psi_{i}^{j+1} - \psi_{i}^{j}}{\Delta t} \end{split}$$

Для расчета нелинейного развития возмущений на свободной поверхности жидкой пленки на языке Python реализован следующий алгоритм.

Шаг 1. Выбрать значения параметров Re, sign ΔT , M, Pr, Ku, C и шаги по времени и пространству Δt и Δx . Задать граничные условия f(x), $g_1(t)$, $g_2(t)$, $g_3(t)$, $g_4(t)$.

Шаг 2. Рассчитать значения коэффициентов b_1 , b_2 , b_3 , b_4 , b_5 , b_6 и b_7 .

Шаг 3. Задать j = 0.

Шаг 4. Вычислить значения ψ_i^j для всех $i = \overline{-2, L_x + 2}$ и фиксированного j.

Шаг 5. Если $i < L_t$, увеличить значение i на 1 и перейти к шагу 4, иначе завершить алгоритм.

В ходе вычислительных экспериментов рассчитано состояние свободной поверхности жидкой пленки как для режима свободного стекания пленки, так и для режима испарения. Вычислительные эксперименты проведены для значений параметров Re=10, $t_{max}=0.4$, $x_{max}=2\pi/k_{\text{опт}}$ и граничных условий $f(x)=\sin(xk_{\text{опт}})$, $g_1(t)=k_{\text{опт}}$, $g_2(t)=0$, $g_3(t)=k_{\text{опт}}$, $g_4(t)=0$, где $k_{\text{опт}}=0.124$ — волновое число в оптимальном режиме течения.

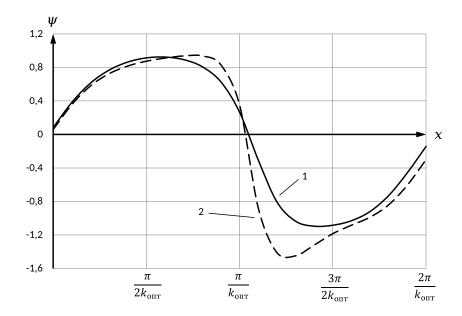


Рис. 2. Отклонение свободной поверхности испаряющейся жидкой пленки

На рисунке 2 представлены результаты расчета нелинейного развития возмущений и формирования состояния свободной поверхности испаряющейся жидкой пленки в моменты времени 1-t=0.2 и 2-t=0.4.

Заключение

Представлена математическая модель состояния свободной поверхности неизотермической жидкой пленки. Коэффициенты модели включают параметры поверхностного натяжения, термокапиллярных сил, испарения.

Осуществлен переход к разностному уравнению для состояния свободной поверхности жидкой пленки.

Разработаны вычислительные алгоритмы как для исследования неустойчивости течения жидкой пленки, так и для формирования состояния ее свободной поверхности. Проведены вычислительные эксперименты для неустойчивых режимов течения испаряющейся жидкой пленки воды, а также неустойчивости Марангони.

Рассчитаны области неустойчивости испаряющейся жидкой пленки, ее волновые характеристики для умеренных чисел Рейнольдса. Представлены результаты численного исследования формирования волн на свободной поверхности испаряющейся жидкой пленки.

Неустойчивость Марангони проявляется как в изменении волновых характеристик пленки, так и в формировании в приповерхностных слоях диссипативных структур. Результаты моделирования могут быть использованы при конструировании или модернизации существующего оборудования, а также при разработке технологических процессов в жидких пленках.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Алексеенко С. В., Накоряков В. Е., Покусаев Б. Г. *Волновое течение пленок жидкости*. Новосибирск: ВО «Наука». Сибирская издательская фирма; 1992. 256 с.
- 2. Воронцов Е. Г., Тананайко Ю. М. Теплообмен в жидкостных пленках. Киев: Техника; 1972. 196 с.
- 3. Холпанов Л. П., Шкадов В. Я. *Гидродинамика и тепломассообмен с поверхностью раздела*. М.: Наука; 1990. 271 с.
- 4. Shkadov V. Ya. Wave Flow Regimes of a Thin Layer of Viscous Fluid Subject to Gravity. *Fluid Dynamics*. 1967;2(1):29–34.
- 5. Demekhin E. A., Kaplan M. A., Shkadov V. Ya. Mathematical Models of the Theory of Viscous Liquid Films. *Fluid Dynamics*. 1987;22(6):885–893.

- 6. Актершев С. П., Алексеенко С. В. Волновое течение пленки конденсата. *Теплофизика высоких температур*. 2014;1:84–92.
- 7. Актершев С. П., Алексеенко С. В. Волновое течение испаряющейся пленки жидкости. *Известия Томского политехнического университета*. 2014;324(4):6–14.
- 8. Бурмистрова О. А. Устойчивость вертикальной пленки жидкости с учетом эффекта Марангони и теплообмена с окружающей средой. *Прикладная механика и техническая физика*. 2014;3:17–25.
- 9. Subramaniam V., Garimella S. Numerical Study of Heat and Mass Transfer in Lithium Bromide-Water Falling Films and Droplets. *International Journal of Refrigeration*. 2014;40:211–226.
- 10. Rahimzadeh A., Ahmadian-Yazdi M.-R., *Eslamian M.* Experimental Study on the Characteristics of Capillary Surface Waves on a Liquid Film on an Ultrasonically Vibrated Substrate. *Fluid Dynamics Research.* 2018;6:065510.
- 11. Prokudina L. A. Numerical Simulation of Effect of Temperature Gradients on Flow of Liquid Film in Heat and Mass Transfer Devices. *Global Smart Industry Conference*. Chelyabinsk; 2018. DOI: 10.1109/GloSIC.2018.8570098.
- 12. Prokudina L. A. Influence of Surface Tension Inhomogeneity on the Wave Flow of a Liquid Film. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. 2014;87(1):165–173.
- 13. Prokudina L. A., Vyatkin G. P. Instability of a Nonisothermal Liquid Film. *Doklady Physics*. 1998;43(10):652–654.
- 14. Berg J. C., Acrivos A. The Effect of Surface Active Agents on Convection Cells Induced by Surface Tension. *Chemical Engineering Science*. 1965;20(8):737–745.
- 15. Linde H., Schwarz P., Wilke H. Dissipative Structures and Nonlinear Kinetics of the Marangoni-Instability. *Lecture Notes in Physics*. 1979;105:75–120.
- 16. Schwarz P., Bielcki J., Linde H. Origin and Behavior of a Dissipative Structure of the Marangoni Instability. *Zeitschrift für Physikalische Chemie*. 1985;266(4):731–739.
- 17. Капица П. Л. Волновое течение тонких слоев вязкой жидкости. *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. 1948;18:3–28.
- 18. Прокудина Л. А. Моделирование влияния градиентов температуры на состояние свободной поверхности жидкой пленки. *Вестник Южно-Уральского государственного университета*. *Серия: Математическое моделирование и программирование*. 2014;2:118–123.

Моделирование ориентационной термоупругости в нематических жидких кристалло

DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-12

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОРИЕНТАЦИОННОЙ ТЕРМОУПРУГОСТИ В НЕМАТИЧЕСКИХ ЖИДКИХ КРИСТАЛЛАХ

И. В. Смолехо

Институт вычислительного моделирования СО РАН, г. Красноярск, Российская Федерация ORCID: http://orcid.org/0000-0002-9852-9310, ♠ i smol@icm.krasn.ru

Аннотация: в работе представлен анализ эффекта ориентационной термоупругости с применением двумерной упрощенной динамической модели жидкого кристалла в акустическом приближении. Предполагается, что эффект возникает при нагревании одной из границ прямоугольного жидкокристаллического слоя. При решении системы уравнений модели применяется метод двуциклического расщепления по пространственным переменным в сочетании с конечно-разностной схемой распада разрыва Годунова для уравнений акустики и схемы Иванова с контролируемой диссипацией энергии для уравнения теплопроводности. Использование такой комбинации конечно-разностных схем позволяет проводить расчеты связанных термомеханических процессов с одинаковыми шагами по времени и по пространству, удовлетворяющим условию Куранта-Фридрихса-Леви. Численный алгоритм реализован в виде параллельной программы, написанной на языке С++. Распараллеливание вычислений выполнено для компьютеров с графическими ускорителями NVIDIA по технологии CUDA. Проведены расчеты, демонстрирующие невозможность наблюдения эффекта переориентации молекул жидкого кристалла под действием температуры для представленной упрощенной модели в акустическом приближении. Однако воздействие температуры существенно влияет на давление и скорости. Сделано заключение, что при учете сил поверхностного натяжения этот эффект будет наблюдаться для используемой в работе модели.

Ключевые слова: жидкий кристалл, теплопроводность, динамика, технология CUDA.

Благодарности: работа поддержана Красноярским математическим центром, финансируемым Минобрнауки РФ в рамках мероприятий по созданию и развитию региональных НОМЦ (соглашение 075-02-2024-1378).

Для цитирования: Смолехо И. В. Моделирование ориентационной термоупругости в нематических жидких кристаллах. Успехи кибернетики. 2024;5(4):88–94. DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-12. Поступила в редакцию: 30.09.2024. В окончательном варианте: 25.10.2024.

SIMULATION OF THE THERMAL ORIENTATION EFFECT IN NEMATIC LIQUID CRYSTALS

I. V. Smolekho

Institute of Computational Modeling, Siberian Branch, Russian Academy of Sciences, Krasnoyarsk, Russian Federation

ORCID: http://orcid.org/0000-0002-9852-9310, i_smol@icm.krasn.ru

Abstract: this study analyzes the thermal orientation effect using a 2D simplified dynamic model of a liquid crystal with acoustic approximation. We assumed that the effect occurs when one of the boundaries of a rectangular liquid crystal layer is heated. To solve the system of equations, we used a two-cycle splitting method of splitting with respect to spatial variables in combination with a finite-difference scheme of Godunov gap decay for the acoustic equations and the Ivanov scheme with controlled energy dissipation for the heat conductivity equation. This combination of finite-difference methods enables the analysis of the thermomechanical processes with the same time and space steps satisfying the Courant-Friedrichs-Lewy criterion. We implemented the numerical algorithm as a parallel program in C++. For parallelization, we used NVIDIA graphic accelerators and CUDA technology. The analysis showed the impossibility of observing the re-orientation effect in liquid crystal molecules caused by temperature for the given simplified model with acoustic approximation. We concluded that when taking into account the surface tension forces, this effect will be observed in the model used.

Keywords: liquid crystal, thermal conductivity, dynamics, CUDA technology.

Acknowledgements: this work is supported by the Krasnoyarsk Mathematical Center and financed by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation as part of the Local Center for Mathematics Research and Education Initiative (Agreement No. 075-02-2024-1378).

Cite this article: Smolekho I. V. Simulation of the Thermal Orientation Effect in Nematic Liquid Crystals. Russian Journal of Cybernetics. 2024;5(4):88–94. DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-12.

Original article submitted: 30.09.2024. Revision submitted: 25.10.2024.

Введение

Жидкие кристаллы — это вещества, сочетающие в определенном диапазоне температур оптическую анизотропию кристаллов с молекулярной подвижностью жидкостей, что является важнейшим свойством этих систем [1, 2]. Молекулы жидкого кристалла ориентированы таким образом, чтобы придать веществу некоторую форму, однако при этом присутствует еще и свойство текучести. В зависимости от начальной ориентации жидкие кристаллы бывают нематические, смектические и холестерические. В данной работе рассматриваются нематические жидкие кристаллы, молекулы которых расположены параллельно друг другу. Этот тип является наиболее распространенным, поскольку он лучше всего иллюстрирует двойственную природу жидких кристаллов и благодаря этому имеет широкий спектр применений, начиная от технологий отображения информации и заканчивая оптическими устройствами и датчиками. При использовании в ЖК-дисплеях жидкие кристаллы помогают регулировать яркость экрана путем изменения напряженности электрического поля, действующего на кристалл. Также их ориентация чувствительна к изменению температуры. При нагревании эти вещества переходят в более упорядоченное состояние, которое может быть использовано, например, для хранения данных, при охлаждении жидкие кристаллы возвращаются в свое первоначальное состояние, то есть данные могут быть стерты и записаны заново. Датчики на основе жидких кристаллов используются для измерения температуры, а также для биохимического анализа. Жидкие кристаллы продолжают вызывать интерес благодаря контролируемым оптическим и электрооптическим свойствам. Исследования в этой области продолжаются, и разрабатываются новые приложения, поэтому жидкие кристаллы будут играть важную роль в современных постоянно развивающихся технологиях.

В настоящее время существует динамическая модель Эриксена и Лесли [3, 4], основанная на законах сохранения, учитывающая поступательное и вращательное движения, а также течение жидких кристаллов. Но она оказалась слишком сложной для численной реализации, так как включает в себя большое число уравнений и параметров, которые необходимо определять экспериментально, что не всегда является возможным. В связи с этим появилась необходимость в разработке упрощенных моделей, позволяющих более детально описать и исследовать протекающие в жидких кристаллах процессы. В одной из своих работ С. И. Трашкеев и А. В. Бритвин [5] экспериментально исследовали влияние температуры на ориентацию молекул жидкого кристалла и пришли к выводу, что их воспри-имчивость к тепловым потокам аналогична взаимодействию с электромагнитными полями. Однако в экспериментах использовалась обкладка с существенно отличающимся коэффициентом объемного расширения. Вероятно, что эффект переориентации молекул связан с тепловым расширением обкладки, а не с возлействием теплового потока.

В данной работе представлен анализ эффекта ориентационной термоупругости, возникающего при нагревании границы горизонтального слоя жидкого кристалла с помощью упрощенной двумерной модели в акустическом приближении, учитывающей механические, температурные и электрические воздействия в динамике [6].

Математическая модель жидкого кристалла в акустическом приближении

Уравнения модели, позволяющей исследовать поведение жидких кристаллов при термомеханическом и электрическом воздействиях, получены из интегральных законов сохранения энергии, импульса и момента импульса на основе теории континуума Коссера [7] с помощью неравенства Клазиуса—Дюгема. В двумерном случае модель включает в себя уравнения:

поступательного движения $v_{1_t} = -p_{x_1} - q_{x_2} + f_1$, $\rho v_{2_t} = q_{x_1} - p_{x_2} + f_2$, (1)

моментных напряжений $\mu_{1_{t}} = \gamma \omega_{x_{1}}, \quad \mu_{2_{t}} = \gamma \omega_{x_{2}},$ (3)

угла поворота
$$\theta_t = \omega,$$
 (4)

состояния для давления

и касательного напряжения

$$p_{t} = -\kappa(v_{1_{x_{1}}} + v_{2_{x_{2}}}) + \beta T_{t}, \qquad q_{t} = \alpha(v_{2_{x_{1}}} - v_{1_{x_{2}}}) - 2\alpha(\omega + q/\eta),$$
 (5)

теплопроводности

$$\rho c T_{t} = \left(\mathbf{x}_{11} T_{x_{1}} + \mathbf{x}_{12} T_{x_{2}} \right)_{x_{1}} + \left(\mathbf{x}_{12} T_{x_{1}} + \mathbf{x}_{22} T_{x_{2}} \right)_{x_{2}} \beta T(v_{1_{x_{1}}} + v_{2_{x_{2}}}) + 2 q^{2} / \eta + H, \tag{6}$$

$$\mathbf{x}_{11} = \mathbf{x}_{\parallel} \cos^2 \theta \ + \mathbf{x}_{\perp} \sin^2 \theta, \qquad \mathbf{x}_{12} = (\mathbf{x}_{\parallel} - \mathbf{x}_{\perp}) \sin \theta \cos \theta, \qquad \mathbf{x}_{22} = \mathbf{x}_{\parallel} \sin^2 \theta + \mathbf{x}_{\perp} \cos^2 \theta.$$

Здесь v_1 и v_2 — компоненты вектора скорости, ω — угловая скорость, θ — угол поворота молекул, p — давление, q — касательное напряжение, μ_1 и μ_2 — моментные напряжения, T — температура, ρ — плотность, J — момент инерции, κ — модуль объемного сжатия, α — модуль упругого сопротивления вращению, β — коэффициент теплового расширения, γ — модуль упругого сопротивления изменению кривизны, η — коэффициент вязкости, H — интенсивность источников тепла, c — удельная теплоемкость. \mathfrak{w}_{\parallel} и \mathfrak{w}_{\perp} — коэффициенты теплопроводности в направлении ориентации молекул жидкого кристалла и в поперечном направлении различны благодаря анизотропии ЖК. f_1 , f_2 и m — объемные силы и момент сил, обусловленные воздействием электрического поля, которые не учитываются при исследовании термодинамического эффекта, поскольку не влияют на изменение температуры. Алгоритм электрического воздействия представлен, например, в [8].

Вычислительный алгоритм

Рассматривается область жидкого кристалла в виде прямоугольника размерами lx_1 и lx_2 в направлениях x_1 и x_2 соответственно. Конечно-разностная сетка состоит из совокупности узлов:

$$\begin{split} R^i_{i_1\,i_2} &= \{(t_i, x_{1_{i_1}}, x_{2_{i_2}}): t_i = i\,\Delta t, \quad x_{1_{i_1}} = i_1\,\Delta x_1, \quad x_{2_{i_2}} = i_2\,\Delta x_2, \\ i &= 0, \dots, Nt, \quad i_1 = 0, \dots, Nx_1, \quad i_2 = 0, \dots, Nx_2\}, \end{split}$$

Здесь Δx_1 и Δx_2 — шаги в направлениях x_1 и x_2 такие, что $x_{1_{i_1}} \in (0, l_{x_1}), x_{2_{i_2}} \in (0, l_{x_2}), \Delta t$ — шаг по времени t, Nt — количество шагов по времени, Nx_1 и Nx_2 — количество ячеек конечно-разностной сетки в направлениях x_1 и x_2 , задаются произвольно. В начальный момент времени в этой области задаются нулевые значения для всех величин, кроме $\theta = \theta_0$, и $T = T_0$. Граничные условия представлены в терминах давления, скоростей, напряжений и температуры. Нагрузка на границе может действовать постоянно либо заданное количество шагов по времени. Система уравнений (1)-(6) является гиперболической по Фридрихсу, поэтому постановка задачи Коши корректна. При решении системы (1)-(6) используется метод двуциклического расщепления по пространственным переменным, предполагающий, что на каждом шаге по времени происходит пять последовательных стадий. На 1-й и 5-й стадиях на разных полушагах по времени решается одномерная подсистема уравнений, зависящая от x_1 :

$$\rho v_{1_t} = -p_{x_1}, \quad p_t = -\kappa v_{1_{x_1}} + \beta T_t, \quad \rho v_{2_t} = q_{x_1},
q_t = \alpha v_{2_{x_1}}, \quad J \omega_t = \mu_{1_{x_1}}, \quad \mu_{1_t} = \gamma \omega_{x_1},$$
(7)

$$\rho c T_{t} = h_{1_{x_{1}}} - \beta T v_{1_{x_{1}}}, \quad h_{1} = \mathfrak{x}_{11} T_{x_{1}} + \mathfrak{x}_{12} T_{x_{2}}. \tag{8}$$

При решении уравнений (7) применяется конечно-разностная схема распада разрыва Годунова [9] типа «предиктор-корректор». На шаге «предиктор» используются следующие уравнения на характеристиках:

$$dx_{1} = \pm \sqrt{\kappa/\rho} dt : dI_{1}^{\pm} = 0, \quad I_{1}^{\pm} = p \pm v_{1}\sqrt{\kappa\rho}$$

$$dx_{1} = \pm \sqrt{\alpha/\rho} dt : dI_{2}^{\pm} = 0, \quad I_{2}^{\pm} = q \pm v_{2}\sqrt{\alpha\rho}$$

$$dx_{1} = \pm \sqrt{\gamma/J} dt : dI_{3}^{\pm} = 0, \quad I_{3}^{\pm} = \mu_{1} \pm \omega\sqrt{\gamma J},$$
(9)

позволяющие определить значения с дробными индексами на боковых гранях ячеек конечноразностной сетки в плоскости x_1 , t, целые индексы относятся к внутренним узлам сетки $i_1 = 2, \dots, Nx_1$:

$$v_{1_{i_{1}-1/2}} = \frac{I_{1,i_{1}-1}^{+} - I_{1,i_{1}}^{-}}{2\sqrt{\rho\kappa}}, \quad p_{i_{1}-1/2} = \frac{I_{1,i_{1}-1}^{+} + I_{1,i_{1}}^{-}}{2}, \quad v_{2_{i_{1}-1/2}} = \frac{I_{2,i_{1}}^{+} - I_{1,i_{1}-1}^{-}}{2\sqrt{\rho\alpha}},$$

$$q_{i_{1}-1/2} = \frac{I_{2,i_{1}}^{+} + I_{2,i_{1}-1}^{-}}{2}, \quad \omega_{i_{1}-1/2} = \frac{I_{3,i_{1}}^{+} - I_{3,i_{1}-1}^{-}}{2\sqrt{\gamma J}}, \quad \mu_{1_{i_{1}-1/2}} = \frac{I_{3,i_{1}}^{+} + I_{3,i_{1}-1}^{-}}{2}.$$

$$(10)$$

В граничных узлах эти значения находятся из граничных условий. Затем уравнение теплопроводности (7) решается с применением конечно-разностной схемы Иванова [10], используемой при решении задач динамики твердых тел, пластин и оболочек. Идея метода заключается в выполнении закона сохранения энергии на дискретном уровне. Рассмотрим расширенную систему: $\rho \, c \, T_t = \bar{h}_{x_m}, \, h = \bar{x} \, \bar{T}_{x_m} + g$, где неизвестные функции $\bar{T} \neq T$ и $\bar{h} \neq h$. Для этой системы выполняется уравнение баланса энергии

$$\frac{\rho c}{2} T_{tt} + \alpha (\bar{T}_{x_m})^2 = \bar{h}_{x_m} (T - \bar{T}) + \bar{T}_{x_m} (h - \bar{h}) + (\bar{T}\bar{h})_{x_m} - g \bar{T}_{x_m}, \tag{11}$$

которое преобразуется в диссипативное неравенство:

$$\frac{\rho c}{2} T_{tt} + \mathfrak{E}(\bar{T}_{x_m})^2 \leqslant (\bar{T}\bar{h})_{x_m} - g \bar{T}_{x_m}.$$

Замыкающие уравнения расширенной системы принимают вид:

$$\begin{bmatrix} T - \bar{T} \\ h - \bar{h} \end{bmatrix} = -D \begin{bmatrix} \bar{h}_{x_m} \\ \bar{T}_{x_m} \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix},$$

где D — положительно определенная матрица. Дискретный аналог расширенной системы — это шаг «корректор» конечно-разностной схемы:

$$\rho c \frac{T^{i} - T_{i}}{\Delta t/2} = \frac{h_{i+\frac{1}{2}} - h_{i-\frac{1}{2}}}{\Delta x_{m}}, \quad h_{i} = \alpha \frac{T_{i+\frac{1}{2}} - T_{i-\frac{1}{2}}}{\Delta x_{m}} + g_{i}.$$
 (12)

Для более краткой записи отсутствуют индексы второго направления, верхние индексы соответствуют текущему шагу по времени, нижние — предыдущему, Δx_m , h_i и α — шаги по пространству, потоки со смешанными производными и коэффициент теплопроводности в зависимости от направления x_1 и x_2 . Величины g_i вычисляются через значения с предыдущего шага по времени явно, включают в себя смешанные производные с коэффициентом α_{12} . Решение строится с шагом по времени $\Delta t/2$, как это требуется для стадий расщепления. Дискретный аналог уравнения (11) выглядит следующим образом:

$$\rho c \frac{(T^{i})^{2} - (T_{i})^{2}}{\Delta t} + \mathfrak{E}\left(\frac{T_{i+\frac{1}{2}} - T_{i-\frac{1}{2}}}{\Delta x_{m}}\right)^{2} = \frac{h_{i+\frac{1}{2}} - h_{i-\frac{1}{2}}}{\Delta x_{m}} \left(\frac{T^{i} + T_{i}}{2} - \frac{T_{i+\frac{1}{2}} + T_{i-\frac{1}{2}}}{2}\right) + \frac{T_{i+\frac{1}{2}} - T_{i-\frac{1}{2}}}{\Delta x_{m}} \left(h_{i} - \frac{h_{i+\frac{1}{2}} + h_{i-\frac{1}{2}}}{2}\right) + \frac{(Th)_{i+\frac{1}{2}} - (Th)_{i-\frac{1}{2}}}{\Delta x_{m}} - g_{i} \frac{T_{i+\frac{1}{2}} - T_{i-\frac{1}{2}}}{\Delta x_{m}}.$$

Замыкающие уравнения примут вид:

$$\begin{bmatrix} T^{i} + T_{i} - T_{i+\frac{1}{2}} - T_{i-\frac{1}{2}} \\ 2h_{i} - h_{i+\frac{1}{2}} - h_{i-\frac{1}{2}} \end{bmatrix} = \frac{-2D}{\Delta x_{m}} \begin{bmatrix} h_{i+\frac{1}{2}} - h_{i-\frac{1}{2}} \\ T_{i+\frac{1}{2}} - T_{i-\frac{1}{2}} \end{bmatrix}.$$

Для простоты используется матрица D с одним ненулевым элементом со свободным параметром d: $D_{11} = d - \Delta t/c \, \Delta x_m \geqslant 0$, так как схема аппроксимирует уравнение теплопроводности только с

малыми элементами этой матрицы. Замыкающие уравнения с учетом подстановки второго уравнения в системе (11) принимают вид:

$$T_{i} - \frac{T_{i+\frac{1}{2}} + T_{i-\frac{1}{2}}}{2} = -d \frac{h_{i+\frac{1}{2}} - h_{i-\frac{1}{2}}}{2}, \quad g_{i} + \mathfrak{x}_{i} \frac{T_{i+\frac{1}{2}} - T_{i-\frac{1}{2}}}{\Delta x_{m}} = \frac{h_{i+\frac{1}{2}} + h_{i-\frac{1}{2}}}{2}.$$

Уравнения для потоков тепла получены путем сложения и вычитания замыкающих уравнений:

$$dh_{i\pm\frac{1}{2}} = d \, \mathbf{x}_i \, \frac{T_{i+\frac{1}{2}} - T_{i-\frac{1}{2}}}{\Delta x_m} \pm \frac{T_{i+\frac{1}{2}} + T_{i-\frac{1}{2}}}{2} \pm T_i + d \, g_i.$$

Соотношение шага «предиктор» для температуры, которая в каждом направлении вычисляется с помощью метода трехточечной прогонки:

$$-\left(\frac{d\,\mathbf{x}_i}{\Delta x_m} - \frac{1}{2}\right)T_{i+\frac{1}{2}} + \left(1 + \frac{d\left(\mathbf{x}_i + \mathbf{x}_{i-1}\right)}{\Delta x_m}\right)T_{i-\frac{1}{2}} - \left(\frac{d\,\mathbf{x}_{i-1}}{\Delta x_m} - \frac{1}{2}\right)T_{i-\frac{3}{2}} = T_i + T_{i-1} + d\left(g_i - g_{i-1}\right).$$

Завершающий шаг стадии расщепления — шаг «корректор» схемы Годунова. Искомые величины с уже найденной температурой в правой части вычисляются по формулам:

$$\rho \frac{\bar{v}_1 - v_1}{\Delta t} = \frac{p_{i_1} - p_{i_1 - 1}}{2\Delta x_1}, \quad \rho \frac{\bar{v}_2 - v_2}{\Delta t} = \frac{q_{i_1} - q_{i_1 - 1}}{2\Delta x_1}, \quad \frac{\bar{p} - p}{\Delta t} = -\kappa \frac{v_{1_{i_1}} - v_{1_{i_1 - 1}}}{2\Delta x_1} + \beta \frac{T - T}{\Delta t},$$

$$\frac{\bar{q} - q}{\Delta t} = \alpha \frac{v_{2_{i_1}} - v_{2_{i_1 - 1}}}{2\Delta x_1}, \quad J \frac{\bar{\omega} - \omega}{\Delta t} = \frac{\mu_{1_{i_1}} - \mu_{1_{i_1 - 1}}}{2\Delta x_1}, \quad \frac{\bar{\mu}_1 - \mu_1}{\Delta t} = \gamma \frac{\omega_{i_1} - \omega_{i_1 - 1}}{2\Delta x_1}.$$

Величины с чертой обозначают значения на текущем шаге по времени, без черты — на предыдущем. Индексы по второму направлению $i_2 - 1/2$ для краткости записи упущены. В конечных разностях по времени также упущены индексы $i_1 - 1/2$, $i_2 - 1/2$. На 2-й и 4-й стадиях происходит решение аналогичных уравнений акустики (13) и уравнения теплопроводности (14) для направления x_2 :

$$\rho v_{1,t} = -q_{,x_2}, \quad \rho v_{2,t} = -p_{,x_2}, \quad p_{,t} = -k v_{2,x_2} + \beta T_{,t},$$

$$q_{,t} = -\alpha v_{1,x_2}, \quad \dot{j} \omega_{,t} = \mu_{x_2,x_2}, \quad \mu_{2,t} = \gamma \omega_{x_2},$$
(13)

$$c T_{t} = h_{2,x_{2}} - \beta T v_{2,x_{2}}, \quad h_{2} = \mathfrak{x}_{12} T_{x_{1}} + \mathfrak{x}_{22} T_{x_{2}}.$$
 (14)

На 3-й стадии уравнения $J\,\omega_t=2\,q,\;\theta_t=\omega,\;q_t=-2\,\alpha(\omega+q/\eta),\;\rho\,c\,T_t=2\,q^2/\eta$ решаются в соответствии со схемой Кранка–Николсон:

$$J\frac{\bar{\omega}-\omega}{\Delta t}=2\,\frac{\bar{q}+q}{2},\quad \frac{\bar{\theta}-\theta}{\Delta t}=\frac{\bar{\omega}+\omega}{2},\quad \frac{\bar{q}-q}{\Delta t}=-2\,\alpha\bigg(\frac{\bar{\omega}+\omega}{2}+\frac{\bar{q}+q}{2\,\eta}\bigg),\quad \rho\,c\,\frac{\bar{T}-T}{\Delta t}=\frac{(\bar{q}+q)^2}{2\,\eta}.$$

Результаты расчетов

Программная реализация описанного алгоритма выполнена с применением технологии параллельного программирования CUDA [11] и зарегистрирована в Роспатенте (свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2018666773).

Численные расчеты проведены для жидкого кристалла 5ЦБ, параметры для которого были взяты в [12]. Рассматривался прямоугольный ЖК-слой размерами 200×80 мкм. Размер конечноразностной сетки при этом составляет 640×256 ячеек. В начальный момент времени ненулевыми заданы только $T_0 = 297$ К и $\theta = \pi/2$. На верхней границе температура задана следующим образом: $T = T_0 + T'e^{-4(x_i - x_c)^2/x_r^2}$, где T' — некоторая константа, x_c — центр приложения нагрузки, x_r — радиус действия нагрузки. Середина верхней границы с радиусом 50 мкм нагревается в течение 18 пс, как показано на рис. 1, затем граница становится свободной от нагрузок. На рис. 2 показано, как распространяются и отражаются волны давления, начиная от области приложения нагрузки. На рис. 3 представлено векторное поле скоростей. Скорости меняются в соответствии с изменением давления. Касательное напряжение, угловая скорость, а также моменты в этом случае равны нулю. Угол поворота остается без изменений за счет отсутствия касательных напряжений. Таким образом, в рамках

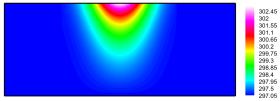


Рис. 1. Нагревание части верхней границы: линии уровня температуры Т, [К]

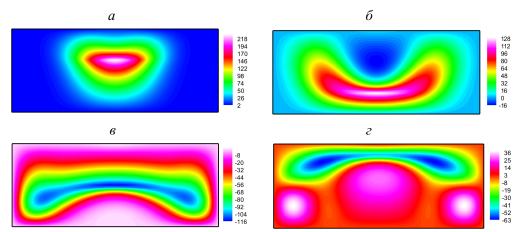


Рис. 2. Нагревание части верхней границы: линии уровня давления p, [н Π a] (a — 9 nc, б — 18 nc, в — 36 nc, г — 45 nc)

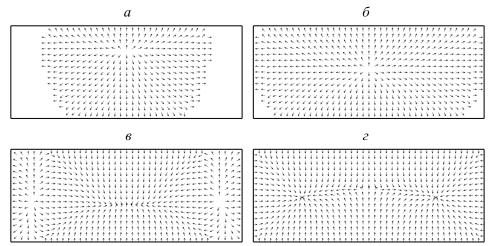


Рис. 3. Нагревание части верхней границы: векторное поле скоростей $(a-9\ nc,\ b-18\ nc,\ b-36\ nc,\ c-45\ nc)$

описанной модели невозможно переориентировать молекулы нематического жидкого кристалла только за счет воздействия температуры.

Заключение

В результате анализа сделан вывод о невозможности наблюдения эффекта ориентационной термоупругости с использованием упрощенной динамической модели в акустическом приближении без учета сил поверхностного натяжения. Выдвинута гипотеза, что при наличии сил поверхностного натяжения ориентация молекул изменится при нагревании границы жидкокристаллического слоя.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Blinov L. M. *Structure and Properties of Liquid Crystals*. Heidelberg New York Dordrecht London: Springer; 2011. 439 p. DOI: 10.1007/978-90-481-8829-1
- 2. Gennes P. G. de, Prost J. *The Physics of Liquid Crystals*. New York: Oxford University Press; 1993. 597 p.

- 3. Ericksen J. L. Conservation Laws for Liquid Crystals. *Trans. Soc. Rheol.* 1961;5:23–34. DOI: 10.1122/1.548883.
- 4. Leslie F. M. Some Constitutive Equations for Liquid Crystals. *Arch. Ration. Mech. Anal.* 1968;28:265–283. DOI: 10.1007/BF00251810.
- 5. Трашкеев С. И., Бритвин А. В. Термоориентационный эффект в нематическом жидком кристалле. *Журн. техн. физ.* 2011;81(6):1–7.
- 6. Садовский В. М., Садовская О. В., Смолехо И. В. Моделирование динамики жидкого кристалла под действием слабых возмущений. *ПМТФ*. 2021;62(1):193–206.
- 7. Cosserat E. Théorie des Corps Déformables. Chwolson's Traité Physique. 1909; 2nd ed.: 953-1173.
- 8. Smolekho I. V. Analysis of the Unstable State of a Nematic Liquid Crystal Based on a Simplified Dynamic Model. *Journal of Siberian Federal University. Mathematics & Physics.* 2024;17(2):272–281.
- 9. Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я. и др. *Численное решение многомерных задач газовой динамики*. Москва: Наука; 1976. 400 с.
- 10. Иванов Г. В., Волчков Ю. М., Богульский И. О. и др. *Численное решение динамических задач упругопластического деформирования твердых тел.* Новосибирск: Сиб. унив. изд-во; 2002. 352 с.
- 11. Farber R. *CUDA Application Design and Development*. Amsterdam Boston London New York Oxford Paris San Francisco Singapore Sydney Tokyo: Elsevier; 2011. 315 p.
- 12. Skarp K., Lagerwall S., Stebler B. Measurement of hydrodynamic parameters for nematic 5CB. *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* 1980;60(3):215–236. DOI 10.1080/00268948008072401.

DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-13

СУБТАЙЛИНГ В ИТЕРАЦИОННЫХ МЕТОДАХ: ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ И ЧИСЛЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

В. М. Свешников^a, А. М. Яклюшин^{δ}

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, г. Новосибирск, Российская Федерация

^a victor@lapasrv.sscc.ru, ⁶ a.yaklyushin@g.nsu.ru

Аннотация: предлагается и экспериментально исследуется новый подход к ускорению итерационных методов — субтайлинг, основанный на идеях классического тайлинга. Суть подхода заключается в повторном использовании данных, загруженных в кэш-память процессора, что значительно сокращает время вычислений и повышает эффективность алгоритмов. Основная идея заключается в формировании субтайлов — вторичных тайлов, смещенных по диагонали на один узел относительно исходных тайлов. Предложенный подход был протестирован на итерационном методе последовательной верхней релаксации (SOR). Результаты численных экспериментов показали, что субтайлинг позволяет ускорить вычисления более чем в 5 раз. Изложен алгоритм формирования и использования субтайлов, проведен анализ его эффективности.

Ключевые слова: численные эксперименты, итерационные методы, ускорение расчетов, тайлинг, субтайлинг, кэш-память.

Благодарности: исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-21-00385.

Для цитирования: Свешников В. М., Яклюшин А. М. Субтайлинг в итерационных методах: принципы построения и численные эксперименты. *Успехи кибернетики*. 2024;5(4):95–102. DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-13.

Поступила в редакцию: 08.10.2024.

В окончательном варианте: 16.11.2024.

SUB-TILING IN ITERATIVE METHODS: PRINCIPLES AND NUMERICAL EXPERIMENTS

V. M. Sveshnikov^a, A. M. Yaklyushin^b

The Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics, Siberian Branch, Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, Russian Federation

^a victor@lapasrv.sscc.ru, ^b a.yaklyushin@g.nsu.ru

Abstract: we proposed and experimentally investigated a new approach to accelerating iterative methods called sub-tiling based on the ideas of conventional tiling. The new approach reuses the data loaded into the CPU cache, which significantly reduces the computation time and increases the efficiency of algorithms. The key idea is to form subtiles, or secondary tiles shifted diagonally by one node relative to the original tiles. We tested this concept using the iterative successive over-relaxation (SOR) method. The results of numerical experiments show that sub-tiling speeds up the computation by more than 5x. The paper presents an algorithm for sub-tile generation and application, and the analysis of the algorithm efficiency.

Keywords: numerical experiments, iterative approach, higher computation performance, tiling, subtiling, cache memory.

Acknowledgements: this study is supported by the Russian Science Foundation grant No. 23-21-00385.

Cite this article: Sveshnikov V. M., Yaklyushin A. M. Sub-Tiling in Iterative Methods: Principles and Numerical Experiments. Russian Journal of Cybernetics. 2024;5(4):95–102. DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-13.

Original article submitted: 08.10.2024. Revision submitted: 16.11.2024.

Введение

Современные вычислительные задачи часто требуют значительных объемов памяти и продолжительных расчетов, особенно при решении краевых задач и других численных задач, использующих

итерационные методы. Для ускорения вычислений эффективно применяется тайлинг — метод, который оптимизирует использование кэш-памяти процессора. Суть тайлинга заключается в разбиении расчетной сетки на небольшие блоки (тайлы), которые загружаются в кэш, что минимизирует задержки при доступе к данным и ускоряет выполнение арифметических операций.

В статье [1] описаны методы создания эффективных решателей для систем линейных уравнений с блочно-ленточными матрицами, а также с использованием структуры данных для оптимального хранения и предкомпилятора для ускорения вычислений. В работе применялся итерационный метод Зейделя, а эксперименты проводились на задаче решения СЛАУ для трехмерной сетки $100 \times 100 \times 100$, где оптимизации позволили ускорить вычисления на 30%.

В статье [2] рассматривается использование тайлинга для улучшения производительности при решении уравнений в частных производных (PDE) в трехмерных областях. Эксперименты проводились на задачах 3D Jacobi, Red-black SOR и RESID из SPEC/NAS benchmarks. Применение тайлинга позволило улучшить производительность на 17–121% за счет снижения пропусков кэша и улучшения локальности данных. Например, для 3D Jacobi достигнуто ускорение на 27% по сравнению с исходной версией.

В статье [3] описаны экспериментальные исследования ускорения решения краевых задач методом декомпозиции области. Применение тайлинга к итерационным методам SOR и SSOR на сетках различного размера позволило ускорить вычисления до 3 раз. Эксперименты проводились на модельной задаче для уравнения Лапласа с граничными условиями Дирихле, решаемой на квадратной области с использованием метода конечных разностей.

В статье [4] показано, что модифицированный алгоритм Гаусса-Зейделя при решении двумерной задачи Дирихле был ускорен в 2,9 раза после применения специальных методов разбиения пространства и тайлинга. Аналогичное ускорение в 2,4 раза было достигнуто для трехмерной задачи Дирихле.

В статье [5] обсуждается применение алгоритма DiamondTorre для численного моделирования волновых процессов. Этот алгоритм ориентирован на эффективное использование иерархии памяти и параллелизма на графических процессорах общего назначения (GPGPU) (иерархический тайлинг). Показано, что распараллеливание алгоритма и применение тайлинга дает ускорение в 5 раз по сравнению с традиционным подходом. Этот результат был получен при моделировании волнового уравнения с использованием схемы второго порядка аппроксимации.

Однако, несмотря на значительные преимущества, классический тайлинг имеет свои ограничения. В частности, эффективность использования кэш-памяти может быть ограничена частотой обращения к оперативной памяти и размерами тайлов, что приводит к необходимости поиска новых методов оптимизации вычислений.

Предлагается новый метод — субтайлинг, который является развитием классического тайлинга и направлен на повышение производительности итерационных методов. Идея субтайлинга заключается в повторном использовании тайлов, уже загруженных в кэш-память процессора, путем формирования и обработки связанных с ними вторичных тайлов. Это позволяет значительно уменьшить количество обращений к оперативной памяти и ускорить процесс вычислений, не меняя сути применяемого алгоритма.

Цель данной работы — разработка и исследование субтайлинга, а также сравнение его эффективности с классическим тайлингом на примере итерационного метода SOR.

Принципы построения тайлинга

Тайлинг — это метод организационной оптимизации вычислений, направленный на эффективное использование кэш-памяти процессора. Суть метода заключается в разбиении исходной сетки задачи на более мелкие блоки, называемые тайлами. Эти тайлы загружаются в кэш-память процессора, что позволяет сократить время доступа к данным и ускорить выполнение арифметических операций.

Основные разделы тайлинга:

- 1. Разбиение разностной сетки на тайлы: исходная сетка делится на небольшие прямоугольные блоки (тайлы), которые могут эффективно загружаться в кэш-память процессора. Размер тайлов подбирается таким образом, чтобы они максимально использовали доступную кэш-память.
- 2. Оптимизация доступа к данным: тайлинг позволяет организовать вычисления так, чтобы данные хранились в кэше процессора как можно дольше. Это достигается за счет изменения последова-

тельности вычислений, при которой промежуточные данные остаются в кэше на протяжении большего числа операций. Вместо последовательного прохода по всей сетке (слева направо и снизу вверх), в тайлинге вычисления осуществляются по тайлам, а внутри тайла — по его узлам.

3. Экспериментальный подбор размера тайлов: размер тайлов определяется экспериментально для каждой конкретной задачи и вычислительного устройства. Это помогает найти оптимальный баланс между количеством операций и объемом кэш-памяти. Оптимальные размеры зависят от архитектуры процессора и объема доступной кэш-памяти, поэтому могут варьироваться в зависимости от используемого оборудования.

На рис. 1 приведен пример разбиения сетки на тайлы и последовательности их обработки. Слева показана традиционная схема прохода по сетке, справа — схема, использующая тайлинг.

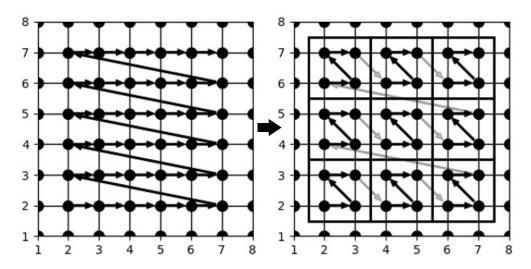


Рис. 1. Разбиение сетки на тайлы и последовательности их обработки (классический вариант тайлинга)

Численные эксперименты показывают, что использование тайлинга может значительно ускорить вычислительные процессы. В задачах с большой размерностью сетки и большим числом итераций тайлинг позволяет сократить время вычислений более чем в четыре раза по сравнению с традиционными методами. Оптимизация размера тайлов и порядка вычислений обеспечивает высокую производительность, минимизируя задержки при доступе к данным.

Принципы построения субтайлинга

Субтайлинг — это инновационный подход, направленный на дальнейшее ускорение итерационных методов. Основная концепция субтайлинга заключается в повторном использовании тайлов, загруженных в кэш-память процессора, посредством формирования и обработки субтайлов — дополнительных тайлов, смещенных по диагонали на один узел относительно исходных тайлов.

Основные разделы субтайлинга:

- 1. Разбиение сетки на тайлы: исходная сетка разбивается на тайлы традиционным образом, обеспечивая их эффективную загрузку в кэш-память процессора.
- 2. Формирование субтайлов: для каждого тайла создается субтайл, смещенный по диагонали на один узел от исходного, при этом смещение организовано так, чтобы не нарушать порядок вычислений в процессе проведения итераций.
- 3. Размер субтайла может изменяться в зависимости от его положения на сетке. Для тайлов, удаленных от границы, размер субтайла совпадает с размером исходного тайла. Если тайл расположен вблизи границы области, размер субтайла уменьшается, если он включает в себя граничные узлы сетки, и увеличивается, если субтайл не содержит узлов, непосредственно примыкающих к граничным узлам.
- 4. Обработка исходного тайла: вычисления начинаются с традиционной обработки узлов исходного тайла.

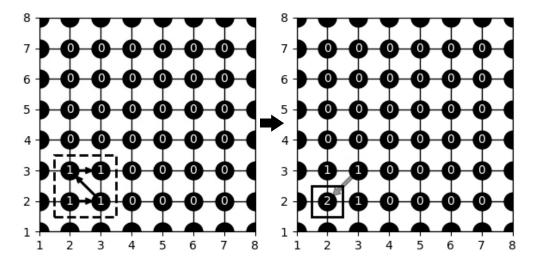


Рис. 2. Разбиение сетки на субтайлы и последовательность их обработки (тайл вблизи левой нижней границы)

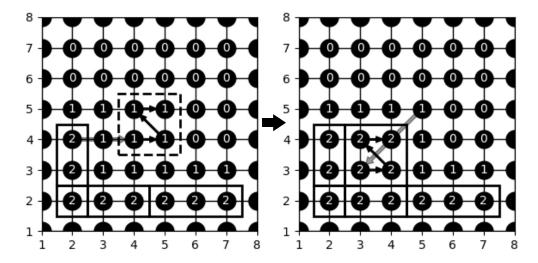


Рис. 3. Разбиение сетки на субтайлы и последовательность их обработки (тайл вдали от границ)

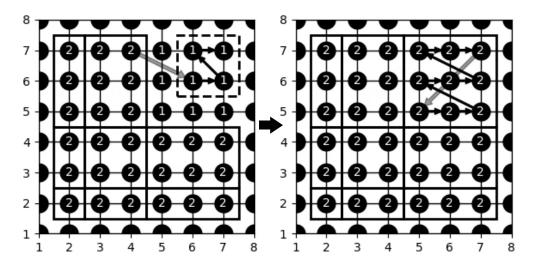


Рис. 4. Разбиение сетки на субтайлы и последовательность их обработки (тайл вблизи правой верхней границы)

- 5. Обработка субтайла: после вычисления узлов исходного тайла производится обработка соответствующего субтайла. Субтайлы обрабатываются аналогично основным тайлам, что позволяет дольше удерживать данные в кэш-памяти. Этот процесс повторяется до тех пор, пока не будут вычислены все тайлы и их субтайлы на текущей итерации.
- 6. На каждой текущей итерации проводятся субитерации без нарушения последовательности вычислений, заданных итерационным методом.

На рис. 2–4 приведен пример разбиения сетки на субтайлы и последовательности их обработки в трех различных случаях, отличающихся положением тайлов относительно границы расчетной области. Число внутри узла указывает на количество субитераций, совершенных за одну итерацию. Пунктирными линиями обозначены тайлы, сплошными — субтайлы. Черные указатели задают последовательность обработки тайла или субтайла, серые — переход от последнего узла тайла к первому узлу соответствующего субтайла. На рисунках слева показано формирование тайлов, справа — формирование и переход к субтайлам. Всюду для узлов с числом субитераций 2 сплошная линия указывает на принадлежность конкретному субтайлу. На рис. 2 тайл расположен вблизи границы, размер субтайла уменьшен. На рис. 3 тайл находится вдали от границы, размер субтайла равен размеру тайла. На рис. 4 тайл расположен вблизи границы, размер субтайла увеличен.

Подробный разбор рис. 3:

- 1. На левом и правом рисунках сплошной линией выделены субтайлы, соответствующие предыдущим тайлам.
- 2. На левом рисунке пунктирной линией выделен новый тайл, расположенный вдали от границы. Обработка его узлов производится в следующем порядке: $(4,4) \rightarrow (4,5) \rightarrow (5,4) \rightarrow (5,5)$.
- 3. На правом рисунке осуществляется переход от последнего узла тайла (5,5) к первому узлу соответствующего ему субтайла (3,3). Обработка узлов нового субтайла производится в следующем порядке: $(3,3) \rightarrow (4,3) \rightarrow (3,4) \rightarrow (4,4)$.

Расширение субтайлинга заключается в увеличении числа субтайлов для каждого тайла. Принцип формирования новых субтайлов остается прежним: для построения n-го субтайла осуществляется сдвиг на n узлов по диагонали в одном направлении от исходного тайла, а размер корректируется в зависимости от его расположения относительно границы сетки. Необходимое условие — количество субтайлов для каждого тайла должно совпадать, иначе суть итерационного алгоритма будет нарушена.

Уровнем субтайлинга будем называть число субтайлов, соответствующих каждому тайлу. Таким образом, если уровень субтайлинга равен нулю, то речь идет о классическом тайлинге. При уровне субтайлинга n за одну итерацию совершается n+1 субитераций.

Возможны случаи, когда размер некоторых субтайлов может быть равен нулю. Это происходит, если уровень субтайлинга равен размеру тайла. В таком случае, если тайл расположен вблизи нижней или левой границы, последний соответствующий ему субтайл лежит вне расчетной области и исключается из расчетов. Уровень субтайлинга может также превышать размер тайлов, это не нарушает суть итерационного алгоритма, однако выбор такого уровня может быть неэффективным. Наибольшая эффективность метода наблюдается при уровне субтайлинга на единицу меньше размера тайлов. В приведенных численных экспериментах всюду уровень субтайлинга на единицу меньше размера тайлов.

Численные эксперименты показывают, что субтайлинг обеспечивает значительное ускорение вычислений по сравнению с классическим тайлингом. Оптимизация размера тайлов обеспечивает максимальную производительность, минимизируя задержки при доступе к данным и улучшая использование кэш-памяти процессора. Результаты численных экспериментов показали, что субтайлинг позволяет увеличить коэффициент ускорения, достигнутый классическим тайлингом, более чем в 1.5 раза.

Экспериментальные исследования ускорения расчетов

Цель проводимых численных экспериментов — исследование ускорения итерационных методов за счет применения тайлинга и субтайлинга.

Исследования проводились на модельной задаче о расчете электрического поля в цилиндрическом конденсаторе, образованном двумя концентрическими окружностями с радиусами $R_1=0.1$, $R_2=1$ с заданными на них потенциалами $\varphi(R_1)=1$, $\varphi(R_2)=2$, что приводит к задаче

$$\Delta \varphi = 0$$
 в области G , (1)

$$\varphi = g$$
 на границе Γ , (2)

где Δ — оператор Лапласа в декартовых координатах, φ — искомая, g — заданная функция координатx, y. Рассматриваются декартовы и полярные координаты r, φ , причем $r = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Аналитическое решение данной задачи имеет вид

$$\varphi(r) = \ln\left(\frac{rR_2}{R_1^2}\right) / \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right). \tag{3}$$

В качестве G выбирается квадратная область $\{[0.3, 0.7] \times [0, 0.4]\}$ с соответствующей границей Γ . Граничная функция g определяется согласно (3).

На равномерной сетке $\omega_h=\{x_i=ih,y_j=jh;\,i=\overline{1,N};\,j=\overline{1,N}\}$ при помощи обычной пятиточечной схемы

$$\frac{u_{i-1,j} - 2u_{i,j} + u_{i+1,j}}{h^2} + \frac{u_{i,j-1} - 2u_{i,j} + u_{i,j+1}}{h^2} = 0$$
(4)

аппроксимируется исходная задача (1), (2) с заданными условиями Дирихле. Сеточные уравнения решались итерационным методом последовательной верхней релаксации SOR, реализуемым по формуле

$$u_{i,j}^{n+1} = (1-\omega)u_{i,j}^n + \omega\left(\frac{u_{i-1,j}^{n+1} + u_{i,j-1}^{n+1} + u_{i+1,j}^n + u_{i,j+1}^n}{4}\right), \qquad i = \overline{1,N}; \qquad j = \overline{1,N},$$

на различных сетках при N=8,16,32,64,128,256,512,1024 и различных размерах тайла n=1,2,4,8,16.

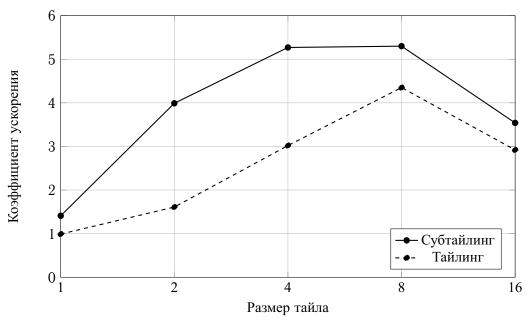


Рис. 5. Коэффициент ускорения при N = 1024 (Apple M1)

Расчеты проводились на персональном компьютере Apple M1 (таблицы 1, 2 и рис. 5) и вычислительных ресурсах МСЦ РАН Intel Xeon Gold 6248R (CLK) (таблицы 3, 4 и рис. 6).

В таблицах приведены коэффициенты ускорения Q_t — с применением тайлинга и Q_s — с применением субтайлинга, равные

$$Q_t = \frac{T_0}{T_s}, \qquad Q_s = \frac{T_0}{T_s},$$

 T_0 — время счета без тайлинга и субтайлинга, T_t — время счета с применением тайлинга, T_s — время счета с применением субтайлинга (при Q_t , $Q_s > 1$ рассматриваемый подход выигрывает). На графиках (рис. 5, 6) приведен коэффициент ускорения с применением тайлинга и субтайлинга при N = 1024.

Из данных таблиц видно, что: 1) оптимальный размер тайла n=8, при котором применение тайлинга дает ускорение более 4 раз; 2) при малых N ускорение небольшое, что объясняется частой

Таблица 1

Коэффициент ускорения с применением тайлинга (Apple M1)

$N \setminus n$	1	2	4	8	16
8	1,05	1,03	0,99	0	0
16	0,97	0,99	1,04	1,50	0
32	0,99	1,09	1,55	2,27	1,48
64	0,99	1,14	2,20	3,20	2,10
128	1,00	1,39	2,68	3,88	2,57
256	1,00	1,52	2,90	4,18	2,80
512	1,00	1,58	3,02	4,38	2,91
1024	0,99	1,61	3,02	4,35	2,92

Таблица 2

Коэффициент ускорения с применением субтайлинга (Apple M1)

$N \setminus n$	1	2	4	8	16
8	1,07	1,03	0,99	0	0
16	0,95	1,33	1,54	1,44	0
32	1,05	2,00	2,44	2,35	1,34
64	1,03	2,84	3,60	3,49	2,27
128	1,24	3,48	4,51	4,55	2,94
256	1,33	3,76	4,96	5,02	3,26
512	1,38	3,93	5,18	5,26	3,48
1024	1,41	3,99	5,27	5,30	3,54

сменой содержимого сверхбыстрой памяти; 3) ускорение уменьшается при увеличении размера тайла после оптимального значения, что объясняется увеличением вклада времени выполнения арифметических операций в тайле; 4) субтайлинг при размере тайла n=8 дает ускорение более 5 раз; 5) применение субтайлинга при достаточно большом N умножает коэффициент ускорения классического тайлинга более чем в 1.5 раза.

Заключение

Проведено экспериментальное исследование ускорения итерационных методов на примере последовательной верхней релаксации (SOR). Ускорение достигается путем изменения последовательности перебора узлов сетки с целью как можно более долгого удержания данных в быстрой памяти компьютера без нарушения сути итерационного алгоритма. Данный подход, получивший название тайлинг, заключается в разбиении сетки на прямоугольные блоки (тайлы) и замене традиционного перебора узлов во всей области их переборами по тайлам. Предложен новый подход к построению тайлов, характеризующийся их расширением за счет узлов, примыкающих к исходному тайлу, названный субтайлингом. Численные эксперименты проводились на модельной задаче, которая покрывалась сеткой, содержащей от десятков до миллиона узлов. Размеры тайлинга менялись от 8×8 до 16×16 узлов.

Таблица 3 Коэффициент ускорения с применением тайлинга (CLK)

$N \setminus n$	1	2	4	8	16
8	0,95	1,20	1,29	0	0
16	0,92	1,44	1,80	1,30	0
32	0,99	1,72	2,26	1,62	1,27
64	0,97	1,77	2,36	1,68	1,27
128	0,94	1,75	2,35	1,67	1,27
256	0,97	1,77	2,20	1,65	1,27
512	0,95	1,77	2,04	1,53	1,26
1024	0,99	1,79	2,05	1,55	1,27

Таблица 4

Коэффициент ускорения с применением субтайлинга (CLK)

$N \setminus n$	1	2	4	8	16
8	1,21	1,64	1,34	0	0
16	1,42	2,59	2,16	1,60	0
32	1,64	3,46	2,89	2,16	1,26
64	1,63	3,76	3,17	2,30	1,63
128	1,60	3,83	3,20	2,41	1,76
256	1,62	3,93	3,12	2,39	1,80
512	1,62	3,49	3,00	2,12	1,71
1024	1,63	3,58	3,07	2,32	1,86

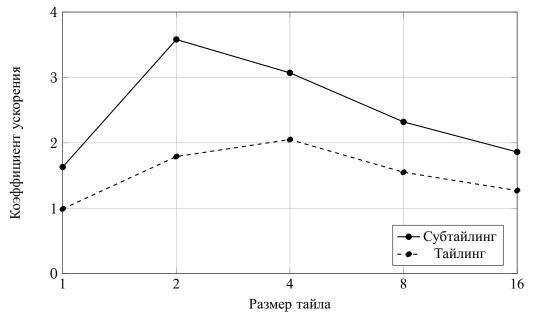


Рис. 6. Коэффициент ускорения при N = 1024 (CLK)

Расчеты были выполнены на персональном компьютере и на суперЭВМ МСЦ РАН. Полученные результаты показали ускорение метода SOR при помощи субтайлинга более чем в 5 раз по сравнению с традиционными расчетами без тайлинга, причем ускорение субтайлинга по сравнению с ускорением просто тайлингом составляет 1.5 раза. Отметим, что проведенные исследования, на наш взгляд, представляют интерес при реализации метода декомпозиции области, широко применяемого при распараллеливании решения краевых задач.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Штейнберг Б. Я., Василенко А. А., Веселовский В. В., Живых Н. А. Решатели СЛАУ с блочноленточными матрицами. Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Математическое моделирование и программирование. 2021;14(3):106–112. DOI: 10.14529/mmp210309.
- 2. Rivera G., Tseng C.-W. Tiling Optimizations for 3D Scientific Computations. *Proceedings of the 2000 ACM/IEEE Conference on Supercomputing (SC '00)*. IEEE Computer Society, USA, 2000:32.
- 3. Свешников В. М., Климонов И. А. Применение тайлинга при решении краевых задач методом декомпозиции области. *Всероссийская конференция по математике и механике*. 2023:129–135.
- 4. Ammaev S. G., Gervich L. R., Steinberg B. Y. Combining Parallelization with Overlaps and Optimization of Cache Memory Usage. *Lecture Notes in Computer Science*. 2017;10421:257–264. DOI: 10.1007/978-3-319-62932-2_24.
- 5. Perepelkina A. Yu., Levchenko V. D. DiamondTorre Algorithm for High-Performance Wave Modeling. *Keldysh Institute Preprints*. 2015;18:1–20.

DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-14

ПРИМЕНЕНИЕ ГИБРИДНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЕЙ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЛАВОВОГО ПОТОКА

И. А. Цепелев a , А. И. Короткий $^\delta$

Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского УрО РАН, г. Екатеринбург,
Российская Федерация

^a ORCID: https://orcid.org/0000-0002-8236-9834, ♠ tsepelev@imm.uran.ru

^б ORCID: https://orcid.org/0009-0000-4539-7169, korotkii@imm.uran.ru

Аннотация: в данной работе рассматривается усредненная по глубине модель движения вязкой жидкости, предназначенная для компьютерного моделирования распространения вулканических лав. Описываются математические свойства модели, методы ее аппроксимации и алгоритмы численного решения, ориентированные на применение современных гибридных вычислительных кластеров. Математическая модель представляет собой систему уравнений гиперболического типа, которая отражает законы сохранения массы и импульса в приближении тонкого слоя. Данные рельефа, реологические свойства жидкости и экструзия вещества из кратера задаются как неоднородные члены в системе. Предлагаемая математическая модель имеет преимущество вычислительной эффективности из-за ее двумерности и включения высоты свободной поверхности в качестве переменной в основные уравнения. В работе обсуждаются параллельные компьютерные реализации рассматриваемой модели на основе ОрепFOAM (MPI), ОрепMP и ОрепACC. Компьютерные коды реализованы на вычислительных кластерах с общей и распределенной памятью на СРU и GPU под управлением ОС Linux. Проведены верификация кодов на аналитическом решении задачи и профилирование кодов для многоядерных СРU с общей памятью и GPU.

Ключевые слова: параллельное программирование, моделирование, многоядерные процессы, графические сопроцессоры, эффективность программ, лавовые потоки.

Благодарности: при проведении работ был использован суперкомпьютер «Уран» ИММ УрО РАН, г. Екатеринбург.

Для цитирования: Цепелев И. А., Короткий А. И. Применение гибридных вычислителей для моделирования лавового потока. *Успехи кибернетики*. 2024;5(4):103-109. DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-14.

Поступила в редакцию: 09.10.2024. В окончательном варианте: 10.11.2024.

APPLICATION OF HYBRID COMPUTERS TO SIMULATE THE LAVA FLOW

I. A. Tsepelev^a, A. I. Korotkii^b

N.N. Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics, Urals Branch, Russian Academy of Sciences, Yekaterinburg, Russian Federation

a ORCID: https://orcid.org/0000-0002-8236-9834, ♠ tsepelev@imm.uran.ru b ORCID: https://orcid.org/0009-0000-4539-7169, korotkii@imm.uran.ru

Abstract: this study discusses a depth-averaged model of viscous flow motion used in computer simulation of volcanic lava propagation. The mathematical properties of the model, its approximation methods, and numerical solution algorithms fine-tuned for modern hybrid computing clusters are presented. The mathematical model is a system of hyperbolic equations that simulate the laws of conservation of mass and momentum in the thin layer approximation. The terrain and rheological properties of the liquid and substance extrusion rate from the crater are specified as inhomogeneous members of the system. The proposed mathematical model offers high computational efficiency due to its two-dimensionality and the inclusion of free surface height as a variable in the equations. The paper also discusses parallel computer implementations of the model with OpenFOAM (MPI), OpenMP, and OpenACC. The codes run on CPU/GPU clusters with shared and distributed memory and Linux OS. The codes were verified using the analytical solution of the problem. We also profiled the codes for multi-core CPUs with shared memory.

Keywords: parallel computing, simulation, multi-core processes, graphics coprocessors, high performance codes, lava flows.

Acknowledgements: computations were performed on the Uran supercomputer, N.N. Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics, Urals Branch, Russian Academy of Sciences.

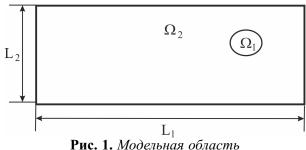
Cite this article: Tsepelev I. A., Korotkii A. I. Application of Hybrid Computers to Simulate the Lava Flow. Russian Journal of Cybernetics. 2024;5(4):103-109. DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-14. Original article submitted: 09.10.2024. Revision submitted: 10.11.2024.

Постановка задачи

Большинство геофизических потоков (например, снежные лавины, пирокластические потоки, селевые потоки) можно классифицировать как движение неньютоновской жидкости. Изучение поведения этих потоков не только очень интересно с чисто научной точки зрения, но и чрезвычайно важно на практике, учитывая сильное воздействие, которое они могут оказать на население и прилегающую инфраструктуру. Поэтому надежная модель поведения потока во времени необходима для того, чтобы иметь возможность быстро прогнозировать эволюцию таких природных явлений с целью смягчения последствий и снижения риска.

Численные методы и компьютерное моделирование могут дополнять лабораторные эксперименты благодаря предоставляемой ими возможности запускать тестовые сценарии на ЭВМ, обеспечивая безопасный испытательный стенд для экспериментов. Для организации такой работы необходимо разработать (выбрать) надежный численный метод, который позволяет дискретизировать соответствующие уравнения и реализовать его в виде компьютерных программ с учетом использования параллельных методов обработки данных. Далее, провести проверку программного кода, когда известно аналитическое решение уравнений. Проверенный код можно использовать для запуска нескольких тестовых примеров с различными параметрами в модели и сравнения результатов с полевыми измерениями или лабораторными экспериментами.

Рассмотрим процесс вытекания вязкой несжимаемой жидкости из кратера вулкана. Опишем математическую модель рассматриваемого движения жидкости. В качестве основных уравнений состояния жидкости примем двумерную усредненную по глубине модель движения вязкой жидкости. В модельной области $\Omega = (0,L_1) \times (0,L_2), \ \Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2$, (см. рис. 1) движение такой вязкой жидкости на промежутке времени $t \in [0, \vartheta]$, где $t = \theta$ — конечный момент времени наблюдения за процессом, представляется системой дифференциальных уравнений с частными производными (РDE) [1]:



$$-\frac{1}{2}\nabla \left(\sigma \right)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \nabla \cdot (h\boldsymbol{u}) = w_{in}, \quad \boldsymbol{x} \in \Omega, \tag{1}$$

$$\frac{\partial (h\boldsymbol{u})}{\partial t} + \nabla \cdot \left(h\boldsymbol{u}\boldsymbol{u}^T\right) = \tag{2}$$

$$-\frac{1}{2}\nabla\left(gh^2\right)-gh\nabla H-\gamma\boldsymbol{u},\quad\boldsymbol{x}\in\Omega_2,$$

$$h(0,x) = u(0,x) = v(0,x) = 0, \quad x \in \Omega,$$
 (3)

где $\mathbf{x} = (x, y)$ — пространственная переменная, $h = h(t; \mathbf{x})$ — высота столба жидкости, измеренная от уровня поверхность местности H = H(x) до поверхности взаимодействия жидкости с окружающей средой, $\boldsymbol{u}(t;x,y)=(u,v)$ — усредненная скорость жидкости, $\boldsymbol{U}(t;x,y,z)$ — скорость потока жидкости

$$m{u}(t;x,y) = h^{-1}(t;x,y) \int\limits_{H(x,y)}^{H(x,y)+h(x,y)} m{U}(t;x,y,z) dz, \ w_{in} = w_{in}(t;m{x}) > 0, \ m{x} \in \Omega_1, \ w_{in} = 0, \ m{x} \in \Omega_2$$
— магнитуда

скорости экструзии жидкости и $\gamma = \gamma(t; \mathbf{x})$ — коэффициент сопротивления, в котором учитываются зависимости от реологии жидкости, свойства самого потока и взаимодействие с поверхностью H, g = 9.81 — ускорение свободного падения.

Ключевым аспектом, определяющим поведение геофизических потоков, является их реология соотношение между напряжением сдвига и скоростью деформации в жидкостях. Жидкость Бингама является простейшей аппроксимацией поведения пороговых жидкостей: такая жидкость остается в покое, пока приложенные напряжения сдвига, вызванные гравитационными силами, меньше, чем предел текучести. Закон Гершеля-Балкли является обобщением закона Бингама и степенного закона. В этом случае поток может характеризоваться фактической вязкостью $\mu_{eff} = \mu \dot{\varepsilon}^{n-1} + \tau_0 \dot{\varepsilon}^{-1}, \ \dot{\varepsilon} = h^{-1} \| \boldsymbol{u} \|,$ $0 < n \le 1$. Здесь μ (Pa sⁿ) — текучесть жидкости, определяемая химическими свойствами жидкости, и τ_0 (Pa) — предел текучести потока. Варьируя параметры, можно моделировать ньютоновскую, бингамовскую и жидкость Гершеля–Балкли [2], полагая

$$\gamma \mathbf{u} = c_n \rho^{-1} h^{-1} \mathbf{u} \mu_{eff}, \quad c_n = ((1+2n)/n)^n.$$

Программный модуль OpenFOAM

Для решения PDE (1), (2) явным или неявным консервативным методом конечных объемов используются соответствующие модули OpenFOAM [3]. С учетом того, что необходимо гарантировать ограниченность вариации решения задачи, применяются TVD (Total Variation Diminishing) схемы второго порядка точности по пространству. Коды тестировались на схемах аппроксимации градиента minmod и superBee [4]. Потери массы при этом не превосходили 3% на всем отрезке времени моделирования. Пакет OpenFOAM — это библиотека языка C++, обладает преимуществами, присущими объектно-ориентированному программированию. Пользователь в программных кодах реализует только алгоритм решения (1)–(3). Работа по дискретизации дифференциальных операторов, получение систем линейных алгебраических уравнений и их решение реализованы в пакете. ОреnFOAM предоставляет широкий спектр инструментов для создания (импорта) и преобразования сетки. Для отладки программных кодов проведено сравнение с аналитическим решением задачи [5] и с результатами моделирования в пакете Fluent эволюции двухфазной несжимаемой жидкости в поле силы тяжести. Подробно тестовые эксперименты описаны в [6].

Преимущества: минимальные затраты на создание и сопровождение программных кодов. Аппроксимация уравнений и решатели линейных систем для разреженных матриц разнообразны. Переносимость на вычислитель произвольной архитектуры. Количество процессов не ограничено одним узлом вычислителя. Возможность исполнять последовательную и параллельную версии без модификации кодов.

Недостатки: достаточная квалификация разработчика в языке C++, возможностях пакета OpenFOAM. Реализация только под OC Linux. Параллельность достигается только средствами MPI [7]. Повысить производительность за счет применения OpenMP и OpenACC затратно для разработчика.

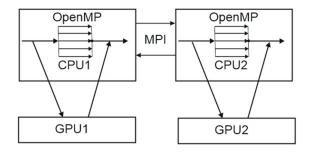


Рис. 2. Схема организации гибридного вычислительного кластера, узел которого основан на многоядерном CPU с общей оперативной памятью и графическим сопроцессором. Такие узлы связаны в единый кластер с помощью высокоскоростных Интернет-каналов

Программный модуль ОрепМР

Модель (1)–(3) по своей сути параллельна. Это упрощает логику алгоритма в кодах, а время расчетов может быть уменьшено почти пропорционально количеству доступных ядер. В архитектурах с общей памятью все ядра обращаются к одной и той же памяти, даже одновременно. В отличие от МРІ, каждый блок имеет глобальное представление памяти, т.е. адресное пространство, общее для всех ядер. Программисту не нужно беспокоиться о передаче данных между различными блоками обработки. В системах с общей памятью несоответствие между скоростью процессора и скоростью обмена с памятью всегда было основным узким местом для количества операций, которые процесс может выполнить за заданное время, поскольку медленная подкачка данных из оперативной памяти не обеспечит процесс нужной информацией. Главным образом, по этой причине при написании параллельного кода важно ограничивать количество обращений к памяти для поддержания высокой производительности.

```
Основная программа
                                           HEqn omp.H - Решатель уравнения (1) явной схемой
                                             #pragma omp parallel for
//Цикл по времени
                                             for (int i = 0; i < Nx^*Ny; ++i) {
while (currentTime<finalTime)
                                            // Реализация уравнения (1)
                                                   double advX = convX(h, Ux, i);
// Вычисление шага по времени tau
                                                   double advY = convY(h, Uy, i);
 #include "setTimeStep.H"
                                                   h new[i] = h[i] + tau * (-advX - advY + wIn[i]);
 currentTime += tau:
 currentInterval += tau;
                                             #pragma omp parallel for
 if (currentInterval>writeInterval)
                                              for (int i = 0; i < Nx^* Ny; ++i) {
                                               h[i] = h \text{ new}[i];
#include "writeData.H"
// Вычисление правых частей в (1), (2)
 #include "update fields.H"
// Решатели уравнений (1), (2)
 #include "UEqn omp.H"
 #include "HEqn omp.H"
```

Рис. 3. Фрагменты программы ОрепМР

ОрепМР использует многопоточную модель (рис. 2). В этой модели процесс изначально состоит из одного потока, называемого начальным потоком. ОрепМР позволяет указать некоторые области кода, которые могут выполняться параллельно. Когда поток сталкивается с одним из этих регионов, он многократно разветвляется и образует группу потоков, которые выполняются одновременно. Поток, породивший команду, называется главным потоком команды. Разветвленные потоки снова присоединяются к главному потоку после завершения параллельных операций. Для распараллеливания нужно сосредоточиться только на тех частях кода, которые больше влияют на производительность. ОрепМР [9] скрывает низкоуровневые детали реализации (см. рис. 3), позволяя использовать один и тот же код для большего количества платформ, можно скомпилировать один и тот же исходный код для параллельного или последовательного создания (в этом случае компилятор игнорирует ОрепМР директивы) версии программы. Для аппроксимации операторов конвективного переноса в (1), (2) применялась регуляризированная схема А.А. Самарского [8].

Программный модуль ОрепАСС

Вычисления на графическом процессоре предоставляют ученым расширенную поддержку для параллельного выполнения симуляций, касающихся решений систем PDE. Графические процессоры (видеокарты) особенно подходят для быстрого выполнения параллельных программ, а технологии Cuda и OpenACC [10] предоставляют способы доступа к возможностям графического сопроцессора. В структуре программный модуль для OpenACC представляет собой модуль OpenMP, который расположен внутри секции acc_data_copy (см. рис. 4). Данная секция до начала цикла по времени загружает необходимые данные на GPU, и в цикле по времени нет обмена информацией между центральным процессором и графической картой (за исключением переменных для сохранения на диск). Далее, секция $acc_parallel_loop_independent$ сообщает компилятору, что следующий за ней цикл обрабатывается на GPU параллельно, и компилятор самостоятельно распределяет нагрузки между ядрами GPU.

Для отладки программных кодов в OpenMP и OpenACC проведено сравнение с результатами моделирования аналогичного теста в OpenFOAM.

Преимущества: реализация под любую ОС. Параллельность достигается средствами OpenMP(ACC). Переносимость на вычислитель произвольной архитектуры и тип графической карты. Последовательная и параллельная версии реализуются без модификации кодов.

Недостатки: разработчик сам аппроксимирует дифференциальные операторы и разрабатывает решатели систем линейных алгебраических уравнений для разреженных матриц. Ограниченность количества ядер для MP и возможность использовать одну графическую карту для ACC. Не все компиляторы поддерживают OpenACC. В данной реализации использован компилятор PGI v.16.5. Использо-

```
Основная программа
                                                    HEqn omp.H - Решатель уравнения (1) явной схемой
// Загрузка данных из памяти CPU в GPU
#pragma acc data copy (h, Ux, Uy, H, wIn)
                                                     #pragma acc data present (h, Ux, Uy)
//Основной цикл по времени
                                                     #pragma acc parallel loop independent
while (currentTime<finalTime)
                                                     for (int i = 0; i < Nx* Ny; ++i) {
                                                        double advX = X(h, Ux, i);
Вычисление шага по времени tau
#include "setTimeStep.H"
                                                        double advY = \underline{Y}(h, Uy, i);
currentTime += tau;
                                                         h_new[i] = h[i] + tau*(-advX - advY + wIn[i]);
currentInterval += tau;
if (currentInterval>writeInterval)
// Выгрузка днных из GPU в память CPU
                                                     #pragma acc parallel loop independent
#pragma acc data update(СПИСОК ДАННЫХ
                                                      for (int i = 0; i < Nx^* Ny; ++i) {
ДЛЯ ЗАПИСИ НА ДИСК)
                                                       h[i] = h_new[i];
#include "writeData.H"
// Вычисление правых частей для (1), (2)
                                                     } // acc data present
#include "update_fields.H"
// Решатели уравнений (1)-(5)
#include "UEqn acc.H"
#include "HEqn_acc.H"
} // while
} // Данные пересылаются на СРU, память GPU
освобожлается
```

Рис. 4. Фрагменты программы ОрепАСС

вание пакетов BLAS (cuBLAS) и CUDA (OpenCL) может существенно повысить производительность кодов, но при этом также усложнить разработку и адаптацию кодов под реальную задачу.

Оценка эффективности кода

Эффективная вычислительная программа обеспечивает точные результаты при малых вычислительных затратах. Это особенно важно для кодов, используемых, когда необходимо получать результаты компьютерного моделирования в реальном времени и/или провести серии виртуальных экспериментов для создания прогнозов развития процесса и своевременного реагирования на быстро меняющиеся условия. Сравнение нескольких кодов в рамках одного бенчмарка требует общего показателя эффективности кода, независимого от возможностей вычислителя, используемого для тестирования. В данном исследовании все тесты проводились на одном вычислителе, который находился в общем доступе, и сравнивалось усредненное вычислительное время из 5 испытаний. В тестах ОрепFOAM для сравнения с OpenMP (OpenACC) использовался явный метод решения уравнений (1)-(3). На рис. 5а демонстрируется ускорение A = time(1core)/time(Ncore) расчетов в пакете OpenFOAM версии 7 (OF) для явной схемы аппроксимации уравнений (1), (2) в зависимости от количества используемых ядер СРU. Размерность задачи в этом тесте 600000 ячеек. Общее количество ядер CPU в расчетах ограничено N=36, это число — максимальное количество ядер на одном узле ЭВМ, которые имеют общую оперативную память. При дальнейшем увеличении ресурсов расчет осуществляется на нескольких узлах ЭВМ, что значительно снижает эффективность расчетов, т.к. учитываются ресурсы на межпроцессорные обмены. На рис. 5b демонстрируется ускорение расчетов в решателе на основе ОрепМР. Тесты проведены в условиях теста ОГ. В системах с общей памятью несоответствие между скоростью процессора и скоростью памяти всегда было основным узким местом для количества операций, которые процесс может выполнить за заданное время, поскольку медленная подкачка данных из оперативной памяти не может обеспечить процессор нужной информацией. Расчеты проводились на дсс(64) версии 8.3 на двух 18-ти ядерных процессорах Intel(R) Xeon(R) Gold 6254, RAM 64 GB. Для сравнения проведены расчеты на Intel Xeon CPU E5-2697. Для него время расчетов было больше примерно на 30%, что соответствует разнице в тактовой частоте процессора, но ускорение при этом практически не изменилось. Можно сделать предположение, что производительность можно увеличить, если более гибко оптимизировать загрузку кеш памяти процессора, использовав, например, пакет BLAS. На рис. 5с демонстрируются ускорения расчетов ОF для неявной схемы аппроксимации уравнений (1), (2), ОрепМР для N=32

ядер CPU и модуля OpenACC, реализованного на графических сопроцессорах NVidia m2090 и NVidia k40m.

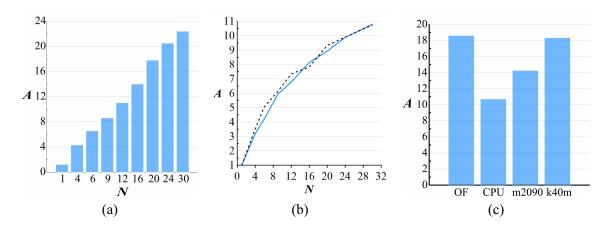


Рис. 5. (а) Ускорение расчетов в пакете OpenFOAM-7. (b) Ускорение расчетов для модуля OpenMP. Сплошная линия — Intel Xeon E5-2697; пунктир — Intel Xeon Gold 6254; (c) Ускорение расчетов для OpenACC. Тестировались реализации OpenFOAM и OpenMP (32 ядра — Intel Xeon Gold 6254), NVidia m2090 и NVidia k40m

Заключение

Параллельные вычисления представляют собой эффективное решение для организации вычислительных экспериментов сложных геофизических процессов, таких как потоки лавы, на современных вычислительных кластерах. Двумерные модели позволяют качественно моделировать такие процессы за приемлемое время, хотя и не отражают всех факторов, которые влияют на динамику этих процессов. Данные модели по своей сути параллельны, поэтому логика их реализации на компьютерах проста, продолжительность численного эксперимента может быть уменьшена пропорционально количеству доступных ядер. Использование неявных методов аппроксимации уравнений модели позволяет организовать надежный решатель проблемы, но время эксперимента и ресурсы системы при этом увеличиваются. Явные решатели менее требовательны к ресурсам, но результаты их работы требуют подтверждения на адекватность получаемого решения. При этом снижается надежность эксперимента.

В данном исследовании основное внимание уделялось простоте реализации алгоритмов численного решения в программных кодах для упрощения модификации (адаптации) кодов для решения конкретной прикладной задачи. Использование пакетов BLAS (cuBLAS) и CUDA (OpenCL) может существенно повысить эффективность реализации кодов, но при этом также усложнить разработку и адаптацию кодов под реальную задачу. Численные эксперименты демонстрируют соблюдение основных физических законов и приемлемую эффективность реализации кодов на ЭВМ.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Costa A., Macedonio G. Numerical Simulation of Lava Flows Based on Depth-Averaged Equations. *Geophysical Research Letters*. 2005;32:L05304. DOI: doi.org/10.1029/2004GL021817.
- 2. Ferrari S., Saleri F. A New Two-Dimensional Shallow Water Model Including Pressure Effects and Slow Varying Bottom Topography. *ESAIM Math. Modell. Numer. Anal.* 2004;38:211–234. DOI: doi.org/10.1051/m2an:2004010.
- 3. Jasak H. OpenFOAM: Open Source CFD in Research and Industry. *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering* 2009;1(2):89-94. DOI: doi.org/10.2478/IJNAOE-2013-0011.
- 4. LeVeque R. J. Finite Volume Methods for Hyperbolic Problems. Cambridge University Press; 2002. 580 p.
- 5. Huppert H. E. The Propagation of Two-Dimensional and Axisymmetric Viscous Gravity Currents Over a Rigid Horizontal Surface. *J. of Fluid Mechanics*. 1982;121:43–58. DOI: 10.1017/S0022112082001797.
- 6. Короткий И. А., Цепелев И. А. Численное моделирование извержения вулкана Этна с применением усредненной по глубине модели потока лавы. *Выч. механика сплошных сред.* 2024;17(3):362–374. DOI: 10.7242/1999-6691/2024.17.3.30.

- 7. Snir M., Otto S., Huss-Lederman S., Walker D., Dongarra J. *MPI: The Complete Reference*. Cambridge: The MIT Press; 1995. 350 p.
- 8. Вабищевич П. Н., Первичко В. А., Самарский А. А., Чуданов В. В. Нелинейные регуляризованные разностные схемы для многомерного уравнения переноса. Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2000;40(6):900–907.
- 9. Chapman B., Jost G., van der Pas R. *Using OpenMP Portable Shared Memory Parallel Programming*. Cambridge: The MIT Press; 2007. 384 p.
- 10. Farber R. *Parallel Programming with OpenACC (1st. ed.)*. Cambridge: Morgan Kaufmann Publishers; 2016. 296 p.

DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-15

ИССЛЕДОВАНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ СВАИ ПРИ ОТТАИВАНИИ ОКРУЖАЮЩЕГО ГРУНТА

Р. В. Цветков^a, Г. Н. Гусев^{δ}

Институт механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук, г. Пермь, Российская Федерация

^aORCID: http://orcid.org/0000-0001-9617-407X, flower@icmm.ru
⁶ ORCID: http://orcid.org/0000-0002-9072-0030, gusev.g@icmm.ru

Аннотация: свайные фундаменты используются в различных строительных конструкциях, расположенных на грунтах, которые подвержены сезонному замерзанию. Этот процесс может вызывать искажение фундаментов и повреждения конструкций, которые необходимо контролировать с помощью различных датчиков. Работа посвящена исследованию динамических характеристик одиночной сваи, являющейся базовым элементом фундамента, осуществляющим деформационное взаимодействие конструкции с грунтом. При сезонных изменениях температуры в результате оттаивания или замораживания грунтов может происходить заметное изменение их механических свойств, которое оказывает влияние и на деформационное поведение сваи. Для изучения этого процесса был произведен натурный эксперимент, в ходе которого фиксировалось фоновые вибрационные процессы на одиночной свае с грузом в течении нескольких недель. Свая была предварительно заглублена в замерзший грунт в зимний период и находилась в естественных условиях до полного оттаивания грунта. Периодические наблюдения за фоновыми вибрациями сваи с грузом показали, что наблюдается заметное снижение собственных частот (10–20%) при оттаивании грунта, что соответствует изменению жесткости системы «свая–грунт» на 20–40%.

Ключевые слова: свая, мерзлый грунт, Фурье-спектр, собственная частота.

Благодарности: работа выполнена в рамках государственного задания, регистрационный номер темы 124040500016-9.

Для цитирования: Цветков Р. В., Гусев Г. Н. Исследование изменения собственных частот сваи при оттаивании окружающего грунта. *Успехи кибернетики*. 2024;5(4):110–115. DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-15.

Поступила в редакцию: 06.10.2024.

В окончательном варианте: 01.11.2024.

PILE EIGENFREQUENCY SHIFT CAUSED BY SOIL UNFREEZING

R. V. Tsvetkov a , G. N. Gusev b

Institute of Continuous Media Mechanics Ural Branch, Russian Academy of Sciences, Perm, Russian Federation

a ORCID: http://orcid.org/0000-0001-9617-407X, ♠ flower@icmm.ru b ORCID: http://orcid.org/0000-0002-9072-0030, gusev.g@icmm.ru

Abstract: pile foundations are commonly used in buildings located on seasonally freezing soils, where freezing and thawing can distort foundations and damage structures, necessitating monitoring with various sensors. We focused on how seasonal temperature changes, particularly soil thawing and freezing, affect the mechanical properties of soil and, consequently, the strain in piles. We conducted an experiment that recorded the background vibration of a single pile with a weight over several weeks. The pile was buried in frozen soil during winter and left in natural conditions until the soil thawed completely. Periodic vibration measurements revealed a significant decrease in the eigenfrequencies of the pile (10–20%) during thawing, reflecting a reduction in the stiffness of the pile-soil system (20–40%). These findings highlight the impact of soil freezing and thawing on the dynamic properties of pile foundations, offering insights for monitoring and mitigating structural deformation.

Keywords: pile, frozen soil, Fourier spectrum, eigenfrequency.

Acknowledgements: this study is a part of government order 124040500016-9.

Cite this article: Tsvetkov R. V., Gusev G. N. Pile Eigenfrequency Shift Caused by Soil Unfreezing. Russian Journal of Cybernetics. 2024;5(4):110–115. DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-15.

Original article submitted: 06.10.2024.

Revision submitted: 01.11.2024.

Свайные фундаменты широко применяются при строительстве различных конструкций, таких как здания, мосты, надземные нефте- и газопроводы, эксплуатируемые в том числе на северных территориях и в средней полосе России. Особенностью их эксплуатации является периодическое сезонное замерзание и оттаивание грунтов, которое может вызывать искажение фундаментов и повреждение сооружений. Базовым элементом такого фундамента является свая, которая обеспечивает деформационное взаимодействие конструкции с грунтом. Изучению взаимодействия свай с грунтами посвящено значительное количество работ, в том числе исследованию динамических процессов [1–6], а также особенностям работы свай в мерзлых грунтах [7, 8].

В связи с глобальным потеплением, оттаивание вечной мерзлоты, занимающей значительную территорию России, может негативно влиять на деформационную безопасность конструкций. Поэтому наблюдение за деформационными процессами, происходящими при размораживании грунтов, представляет практический интерес. Целесообразно для анализа этих процессов применять измерительное оборудование, способное зафиксировать отклик конструкций на происходящие естественные фоновые вибрации. Работа посвящена организации периодических наблюдений с применением современных технологий за вибрационными процессами одиночной сваи в грунте и изучению сезонного изменения динамических характеристик системы «свая–грунт». Произведены натурные эксперименты с применением современных технологий и проведена оценка изменений ее жесткостных параметров.

Схема эксперимента

В зимних условиях была произведена установка винтовой сваи в замерзший грунт, предварительно очищенный от снега. Глубина промерзания грунта составляла порядка 0.5 м. Свая представляет собой стальную трубу со следующими размерами: длина -1.2 м, внешний диаметр -0.057 м, толщина стенки ~ 3.8 мм. Заглубление сваи в грунт составило 0.95 м. Таким образом, изначально примерно половина погруженной части сваи находилась в незамороженном грунте и столько же в промерзшем грунте. К оголовку сваи прикреплен груз — стальной металлический цилиндр диаметром 0.255 м, высотой 0.105 м и массой m, равной 42 кг.

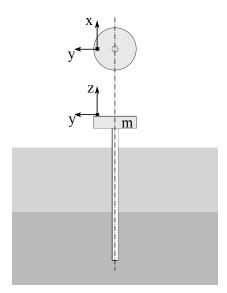


Рис. 1. Схема расположения и ориентации датчика на свае с грузом

Для эксперимента применялся МЭМС акселерометр ADXL355, преобразующий виброускорения по трем взаимно перпендикулярным осям в цифровой сигнал. Оси датчика x и y располагались в горизонтальной плоскости, а ось z — по вертикали, направленной вдоль сваи (см. рис. 1). На микрокомпьютере Raspberry Pi 3b+ посредством Python был реализован алгоритм, который в автоматическом режиме производил опрос акселерометра по шине SPI, датчиков температуры, сохранял данные в виде файлов. Акселерометр имеет частотный диапазон от 0 до 1000 Гц. Высокая чувствительность (20 бит на диапазон ± 2 g) и низкий уровень собственных шумов позволяют фиксировать достаточно слабые вибрации. Полуторагодовое тестирование данной экспериментальной схемы [9] показало ее работоспособность.

Результаты эксперимента

После установки сваи в мерзлый грунт при температуре воздуха и грунта -2° С был проведен эксперимент по идентификации собственных частот с помощью внешних воздействий. Для этого производились воздействия по грунту рядом со сваей, которые были зафиксированы акселерометром. Отклики на воздействия по горизонтальным направлениям датчика и их спектры в области низких частот показаны на рисунках 2, 3 и 4.

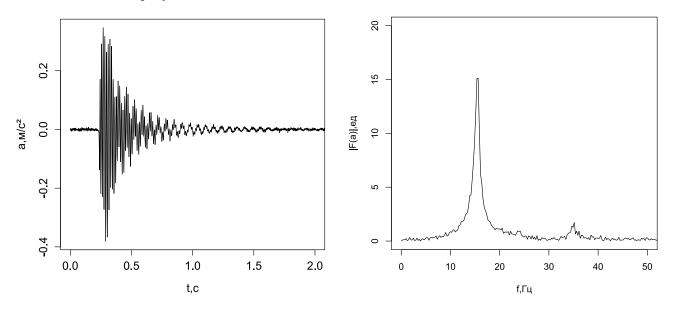


Рис. 2. Отклик на воздействие по оси х и его Фурье-спектр

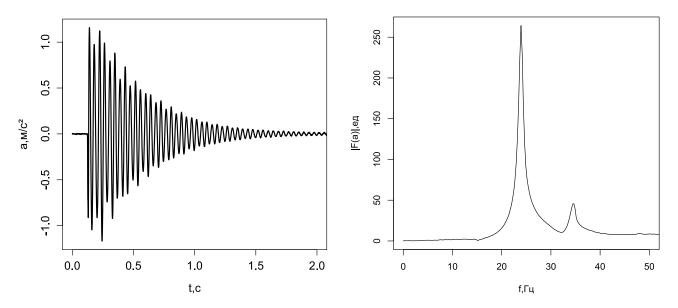


Рис. 3. Отклик на воздействие по оси у и его Фурье-спектр

Как можно видеть из рисунков 2–4, отклик данной системы наблюдается на частотах 14.5, 24 и 34 Гц. Также был измерен отклик системы на естественный фон. Амплитуда фоновых вибраций составляла порядка $0.005 \div 0.01 \text{ м/c}^2$, тем не менее, в спектре Фурье горизонтальных компонент (рис. 5) также отчетливо наблюдались максимумы, соответствующие указанным выше частотам 14.5 Гц и 24 Гц. В спектре вертикальной компоненты фоновых вибраций максимумы проявлялись менее заметно и в данной статье не приведены. В дальнейшем исследовались частоты колебаний, доминирующие на горизонтальных компонентах xи y.

В ходе эксперимента осуществлена регистрация фоновых вибраций в мониторинговом режиме в течении нескольких недель, а также температуры воздуха и температуры внутри сваи на глубине порядка 30 см от поверхности грунта. Измерения производились в период времени, соответствующий

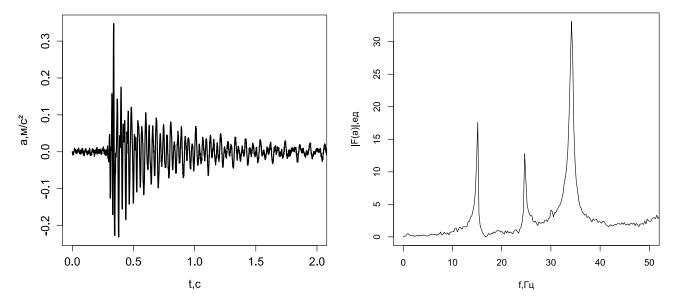


Рис. 4. Отклик на воздействие по оси z и его Фурье-спектр

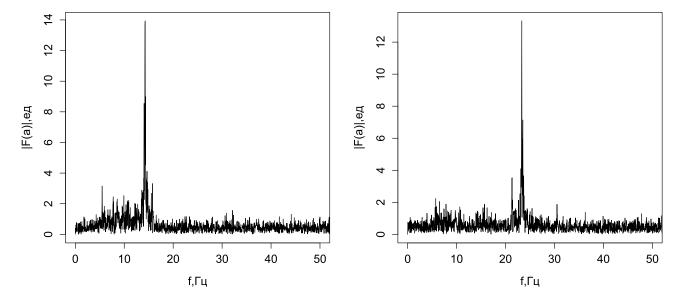


Рис. 5. Фурье-спектр фоновых вибраций по оси х (слева) и у (справа)

сезонному оттаиванию грунта (март–апрель). В ходе эксперимента наблюдалось изменение спектра частот со временем. Для наглядности изменений частот со временем построено тоновое изображение Фурье-спектров, представленное на рисунке 6. Каждая вертикальная полоса соответствует Фурьеспектру на определенные время и дату, где наиболее темные цвета показывают интенсивность сигнала на данной частоте. Нормировка выполнена по максимальному значению каждого Фурье-спектра, взятому за 100%.

Для анализа данных в спектрах были выделены значения частот с максимальным значением модуля коэффициентов Фурье в данный момент времени, а также соответствующие им значения температур воздуха и грунта. Графики этих параметров приведены на рисунке 7, где кружками обозначены значения частот, зеленой линией — температура воздуха, красной линией — температура внутри сваи.

Как показывают графики, при оттаивании грунта наблюдается постепенное снижение величин доминирующих частот системы «грунт–свая–груз»: в направлении оси x на 10% до значений 13 Γ ц и на 20–22% до значений 18 Γ ц в направлении оси y. Следует отметить, что в период ночных заморозков заметно кратковременное возрастание частот. В направлении оси y изменения частот в процентном отношении более выражены.

После схода снега и оттаивания грунта снова была осуществлена оценка собственных частот с помощью внешних воздействий. Температура воздуха составляла $+15\,^{\circ}$ C, температура грунта на глу-

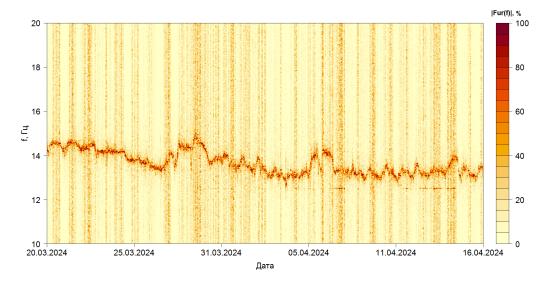


Рис. 6. Тоновое изображение эволюции Фурье-спектров фоновых вибраций по оси х

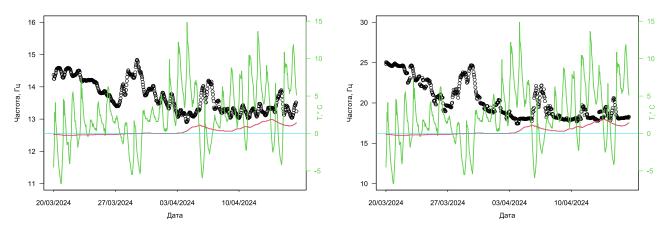


Рис. 7. Изменение собственных частот по оси х (слева) и у (справа), температуры окружающего воздуха (зеленый) и грунта (красный) во время эксперимента

бине 30 см - +4.5 °C. Эти эксперименты также показали значения частот 13 Γ ц в направлении оси x и 18 Γ ц в направлении оси y, зафиксированные в эксперименте по измерению фоновых вибраций. После оттаивания грунта и с ростом температуры воздуха и грунта дальнейшее снижение частот системы «грунт–свая–груз» не происходит.

Оценка изменения жесткости системы «свая-грунт»

Возможны разные подходы для моделирования взаимодействия сваи с грунтом. Для определенного ряда задач, например, при моделировании сооружения с большим количеством свай, целесообразно представлять их взаимодействие с грунтом в виде упругих элементов в каждом направлении. В рамках данной работы для предварительной оценки жесткости этой системы воспользуемся соотношением (1) для свободных колебаний одномассовой системы в направлении оси x:

$$m\ddot{x} + k_x x = 0. ag{1}$$

При поиске решения в виде $x = x_0 e^{i\omega t}$, получаем условие, при котором оно существует:

$$-\omega^2 m + k_x = 0. (2)$$

Изменение жесткости системы k_x будет пропорционально изменению квадрата круговой частоты $\omega=2\pi f$. Снижение собственных частот в направлении x на 10% при оттаивании грунта соответствует изменению жесткости системы «свая–грунт» на величину порядка 20%. Аналогичное соотношение для направления y дает изменение жесткости на величину порядка 40%.

Выволы

Проведены эксперименты по исследованию динамического отклика заглубленной в грунт сваи с прикрепленной к ней массой на заданное воздействие. Они позволили установить низшие собственные частоты данной системы, которые также выявляются при естественных фоновых вибрационных воздействиях.

Периодические измерения фоновых вибраций в системе «грунт-свая-груз» показали, что наблюдается изменение собственных частот, связанное с оттаиванием грунта. Изменение значений собственных частот составляет порядка 10–20%.

Проведена оценка изменений жесткостных свойств системы «свая-грунт» на основании данных по изменению собственных частот данной системы, соответствующих грунту в замороженном и незамороженном состояниях. Важно отметить, что взаимодействие грунтового основания со сваей нетривиально и требует дальнейшего изучения.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Чуркин А. А., Капустин В. В., Лозовский И. Н., Жостков Р. А. Исследование влияния параметров системы «свая–грунт» на динамические атрибуты акустического сигнала с использованием численного моделирования. *Известия Томского политехнического университета*. *Инжиниринг георесурсов*. 2021;332(1):129–140. DOI: 10.18799/24131830/2021/1/3006.
- 2. Ставницер Л. Р., Шехтер О. Я. Вынужденные горизонтальные колебания свай при действии сейсмических волн. *Основания*, фундаменты и механика грунтов. 1971;5:19–23.
- 3. Поддубный А. А., Гордон В. А., Семенова Г. А. Изгибные колебания сваи, вызванные внезапной осадкой части основания. Φ ундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. 2023;5(361):3–20. DOI: 10.33979/2073-7408-2023-361-5-3-20.
- 4. Liu K., Zhang Z. Dynamic Response of an Inhomogeneous Elastic Pile in a Multilayered Saturated Soil to Transient Torsional Load. *Mathematical Problems in Engineering*. 2021;5528237:13. DOI: 10.1155/2021/5528237.
- 5. Chen G. S., Davis D., Hulsey J. L Measurement of Frozen Soil–Pile Dynamic Properties: A System Identification Approach. *Cold Regions Science and Technology.* 2012;70:98–106. DOI: 10.1016/j.coldregions.2011.08.007.
- 6. Ma J., Han S., Gao X., Li D., Guo Y., Liu Q. Dynamic Lateral Response of the Partially-Embedded Single Piles in Layered Soil. *Appl. Sci.* 2022;12:1504. DOI: 10.3390/app12031504.
- 7. Cui C., Liang Z., Xu C., Xin Y., Wang B. Analytical Solution for Horizontal Vibration of End-Bearing Single Pile in Radially Heterogeneous Saturated Soil. *Applied Mathematical Modelling*. 2023;116:65–83. DOI: 10.1016/j.apm.2022.11.027.
- 8. Аксенов В. И., Геворкян С. Г., Иоспа А. В., Кривов Д. Н., Шмелев И. В., Спиридонов С. И. Особенности работы винтовых свай в мерзлых грунтах. *Основания, фундаменты и механика грунтов*. 2014;4:25–30.
- 9. Гусев Г. Н., Епин В. В., Цветков Р. В. Анализ эволюции фоновых вибрационных воздействий на конструкции здания. *Известия вузов. Строительство*. 2024;8:103–112. DOI: 10.32683/0536-1052-2024-788-8-103-112.

DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-16

ПОСТРОЕНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ СЕТОК ДЛЯ РАСЧЕТА НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ СВАЙНЫХ ФУНДАМЕНТОВ ЗДАНИЙ В ЗОНЕ ВЕЧНОЙ МЕРЗЛОТЫ

Н. А. Ваганова 1,2,a , И. М. Филимонова $^{2,\delta}$

¹ Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского, г. Екатеринбург, Российская Федерация ² Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б.Н. Ельцина, г. Екатеринбург, Российская Федерация

^a ORCID: https://orcid.org/0000-0001-6966-9050, ♠ vna@imm.uran.ru ⁶ ORCID: https://orcid.org/0009-0002-2800-9237, irina.filimonova4@mail.ru

Анномация: в работе предложен новый подход к построению элементно-адаптивных расчетных сеток, сгущающихся к элементам конструкций свайного фундамента. Построенные расчетные сетки ориентированы на использование в численных алгоритмах для проведения компьютерного моделирования температурных полей в грунте в области свайных фундаментов зданий северных городов, находящихся в криолитозоне. Особенностью таких свайных фундаментов является наличие в них разномасштабных элементов, таких как сваи и сезонно-действующие охлаждающие устройства. Присутствие таких элементов создает проблемы, связанные с построением расчетной сетки. Качество новой расчетной сетки проверялось путем сравнения численных данных компьютерного моделирования с данными температурного мониторинга в термометрической скважине для конкретного жилого здания в городе Салехарде. Построенная расчетная сетка также сравнивалась с использованной ранее геометрически-адаптивной сеткой с выделенными зонами сгущения узлов. Результаты численных экспериментов выявили преимущество новой расчетной сетки перед старой. Было показано, что сетки, построенные с помощью нового подхода, позволяют повысить точность численных расчетов по нахождению тепловых полей в грунте в области свайного фундамента, уменьшить используемую машинную память и время счета.

Ключевые слова: моделирование, свайный фундамент, вечная мерзлота, несущая способность. *Благодарности*: работа выполнена при поддержке гранта РНФ № 24-21-00160.

Для цитирования: Ваганова Н. А., Филимонова И. М. Построение и оптимизация сеток для расчета несущей способности свайных фундаментов зданий в зоне вечной мерзлоты. *Успехи кибернетики*. 2024;5(4):116-121. DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-16.

Поступила в редакцию: 15.10.2024.

В окончательном варианте: 20.11.2024.

MESH CONSTRUCTION AND OPTIMIZATION FOR THE CALCULATION OF THE BUILDING FOUNDATION BEARING CAPACITY IN PERMAFROST AREAS

N. A. Vaganova 1,2,a , I. M. Filimonova 2,b

¹ Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics, Yekaterinburg, Russian Federation
² Ural Federal University, Yekaterinburg, Russian Federation
^a ORCID: http://orcid.org/0000-0001-6966-9050, ♠ vna@imm.uran.ru
^b ORCID: http://orcid.org/0009-0002-2800-9237, irina.filimonova4@mail.ru

Abstract: this study proposes a new approach to constructing element-adaptive numerical meshes that refine around the pile foundation components. The meshes are used in numerical algorithms for the simulation of temperature fields in the soil around pile foundations in the permafrost area. Such pile foundations include multi-scale elements, such as the piles and coolers. It poses challenges with the mesh construction. The mesh quality was tested by comparing the simulation results with the temperature monitoring in a thermometric well for a specific residential building in Salekhard. The mesh was also compared with the previously used adaptive mesh with selected refinement areas. The simulation results showed the advantages of the new mesh. It improves the accuracy of simulating soil thermal fields around pile foundations while reducing the requirements for computer memory and computation time.

Keywords: simulation, pile foundation, permafrost, bearing capacity. *Acknowledgements*: the paper is supported by the RSF, project no. 24-21-00160.

Cite this article: Vaganova N. A., Filimonova I. M. Mesh Construction and Optimization for the Calculation of the Building Foundation Bearing Capacity in Permafrost Areas. Russian Journal of Cybernetics. 2024;5(4):116–121. DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-16.

Original article submitted: 15.10.2024. Revision submitted: 20.11.2024.

Введение

Большую часть территории России занимает вечная мерзлота. Это преимущественно северные и северо-восточные районы, а также Восточная Сибирь и Забайкалье [1, 2]. Эту особенность важно учитывать при проведении строительных, геологоразведочных и других работ на Севере. Строительство зданий и инженерных сооружений, в частности, возведение свайных фундаментов в этих местах, имеет свою специфику из-за свойств мерзлого грунта, испытывающего техногенные и климатические воздействия [3, 4]. Мерзлыми называются грунты с отрицательной температурой, в которых часть поровой воды находится в замерзшем состоянии (в виде кристаллов льда). Если грунт находится в мерзлом состоянии в течение трех лет и более, то его называют вечномерзлым. Вечномерзлые грунты представляют собой ярко выраженные структурно-неустойчивые грунты, так как при их оттаивании происходят просадки в результате нарушения природной структуры [5-8]. Различные сценарии изменения климата показывают, что глобальное потепление может усилиться в арктических приполярных регионах, что может привести к значительной деградации вечной мерзлоты, чему способствуют и техногенные воздействия на территориях северных городов [9] или на различных объектах инфраструктуры [10]. Большинство объектов криолитозоны строятся и эксплуатируются по принципу сохранения мерзлого состояния грунтов основания, в частности, с использованием свайных фундаментов. При строительстве жилых домов для уменьшения теплового влияния зданий на многолетнемерзлые породы применяется технология проветриваемого подполья. Проветриваемое подполье — это открытое пространство под зданием между поверхностью грунта и перекрытием первого (цокольного, технического) этажа. Кроме свай, в проветриваемом подполье могут располагаться технические коммуникации, система температурного мониторинга и сезонно-действующие охлаждающие устройства (СОУ), используемые для поддержания несущих свойств грунта. Таким образом, проблема моделирования устойчивости свайных фундаментов и долгосрочное прогнозирование температурных изменений являются актуальными задачами и имеют особое значение для развития инфраструктуры северных городов, решения проблемы охраны окружающей среды, безопасности, экономии затрат и улучшения эксплуатационной надежности инженерных сооружений.

Методы математического моделирования широко используются при проектировании зданий и инженерных сооружений в криолитозоне [9, 11]. Для моделирования тепловых полей в грунте эффективными методами являются численные методы, в частности метод конечных разностей [12, 13]. Важным этапом моделирования является дискретизация расчетной области и подготовка данных. Особенность зоны свайного фундамента в том, что он состоит из множества (несколько сотен) различных объектов: свай и сезонно-действующих охлаждающих устройств [14], которые должны быть адекватно отражены в модели всего проветриваемого подполья. В статье предложен алгоритм построения расчетных сеток и их оптимизация для задач, связанных с моделированием тепловых полей под жилыми домами в северных городах, расположенных в криолитозоне. Отладка методики построения расчетной сетки проводится на конкретном жилом здании (здание I) в городе Салехарде. В работах [11, 15] дискретизация расчетной области для моделирования здания I производилась вручную. Разработка алгоритма и программы для автоматизации построения расчетной сетки позволила эффективнее обрабатывать большие объемы данных, увеличить точность вычислений и сократить время вычислений.

Постановка задачи

Для прогнозирования динамики изменения несущей способности грунта в области свайного фундамента требуется определить динамику изменения температуры этого грунта с помощью метода компьютерного моделирования. В работе [11] представлена математическая модель распространения тепловых полей в области свайного фундамента с учетом данных температурного мониторинга и особенностей свайного фундамента здания І. План прямоугольной поверхности (18 м × 42 м) проветриваемого подполья (ПП) представлен на рис. 1.

В свайный фундамент здания I входит 238 квадратных бетонных свай (300 мм) длиной 10 метров (фиолетовые квадраты на рис. 1) и 190 СОУ, являющихся трубами диаметром 38 мм и длиной

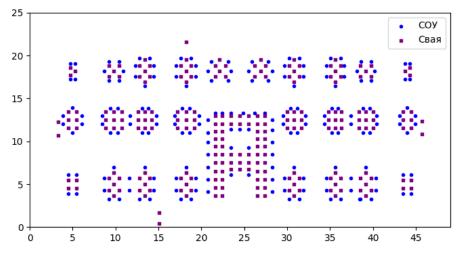


Рис. 1. Расположение свай и СОУ на поверхности ПП здания І

10 метров (синие кружки на рис. 1). Такие разномасштабные элементы свайного фундамента вносят определенную трудность, связанную с построением расчетной сетки и проведением на ней численных расчетов. Если строить расчетную сетку (РС) без предварительной обработки исходных данных (без оптимизации), то получается РС, представленная на рис. 2.

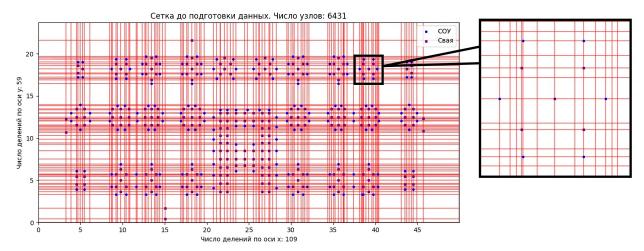


Рис. 2. PC на поверхности $\Pi\Pi$ здания I без оптимизации

Элементы свайного фундамента, находящиеся на очень близком расстоянии, будут задавать несколько линий, что приведет к увеличению числа узлов и расчетного времени при компьютерном моделировании. Поэтому необходимо подвинуть некоторые СОУ на более выгодное положение, но так, чтобы это не привело к существенной погрешности. Сваи не перемещаются, из предположения, что их координаты должны оставаться точными. Существует множество способов задания РС. Равномерная РС не подходит для этой задачи, так как, чтобы достичь необходимой точности в зонах изменения тепловых полей, в частности, вблизи источников тепла или холода, нужно уменьшать шаг сетки, тем самым увеличивая или перераспределяя число узлов в зонах, не представляющих такого интереса, что, в свою очередь, приведет к увеличению времени расчета.

Построение РС

Чтобы подготовить данные для дальнейшей работы, нужно выбрать максимальное расстояние, на которое можно передвигать СОУ (в примере 0.3 метра). Далее находятся группы СОУ, которые стоят достаточно близко по одной из координат. Все СОУ из выбранной группы передвигаются на одну линию. Эта линяя задана либо средним значением координат СОУ из группы, либо, если есть достаточно близкая свая, координатой этой сваи. Для здания I из сетки, представленной на рис. 2, полученный алгоритм строит следующую РС (рис. 3):

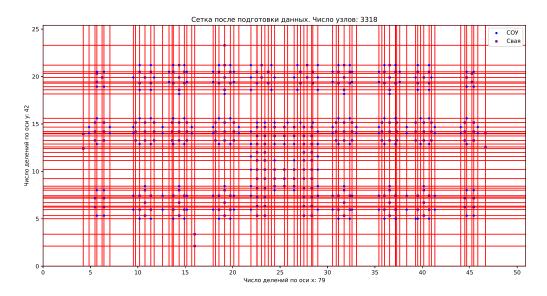


Рис. 3. РС на поверхности ПП здания І с оптимизацией

На рис. 3 общее число узлов уменьшилось на 3113 (17 узлов по вертикали, 30 — по горизонтали). Для увеличения точности расчетов требуется более подробная РС. Новые деления сетки формируются с помощью вспомогательной функции. Для каждого отрезка осей применяется функция, которая преобразует равномерное разбиение данного отрезка в неравномерное, при этом обеспечивая сгущение точек разбиения ближе к его концам. На рис. 4 представлена РС, построенная данным методом.



Рис. 4. *PC с 101242 узлами на поверхности ПП здания I*

Качество построенной РС было протестировано при проведении численных расчетов по моделированию температурных полей в грунте в области свайного фундамента здания I.

Результаты численных расчетов

На рис. 5 для тестирования PC рис. 4 приведены результаты сравнения температурного мониторинга в термометрической скважине в осенний и летний периоды под зданием I с результатами компьютерного моделирования с использованием этой PC.

На рис. 6 для тестирования PC рис. 4 приведены результаты сравнения температурного мониторинга в термометрической скважине в весенний и летний периоды под зданием I с результатами компьютерного моделирования с использованием этой PC.

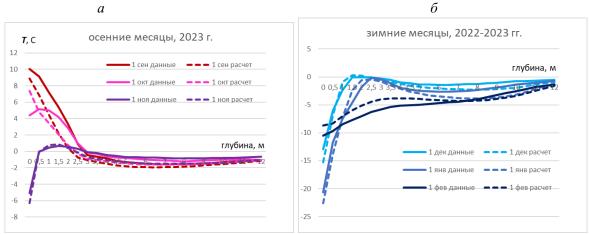


Рис. 5. Сравнение компьютерного моделирования с использованием PC рис. 4 с данными температурного мониторинга для здания I (a — осенью 2023 года, δ — зимой 2023 года)

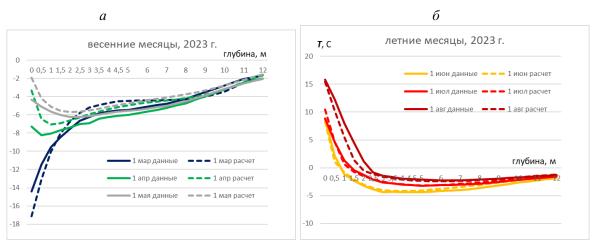


Рис. 6. Сравнение компьютерного моделирования с использованием PC рис. 4 с данными температурного мониторинга для здания I (a — весной 2023 года, δ — летом 2023 года)

Заключение

В работе [11] численные расчеты проводились на геометрически-адаптивных сетках с выделенными зонами сгущения узлов. Новые PC, использованные в настоящей работе, являются элементно-адаптивными сетками, сгущающимися к элементам конструкций свайного фундамента. Сравнение численных расчетов с использованием новой PC (рис. 4), приведенное на рис. 5 и рис. 6, с данными термометрического мониторинга в термометрической скважине под зданием I показало хорошее совпадение этих данных. Использование новых элементно-адаптивных PC по сравнению с геометрически-адаптивными PC с выделенными зонами сгущения узлов при проведении компьютерного моделирования тепловых полей в грунте позволило:

- 1. Улучшить калибровку модели при оценке средних отклонений рассчитанных значений температур и данных измерений на глубине от 0 до 8 м в среднем по году на 20%, для периода с декабря по апрель на 23%, с июня по сентябрь на 4.8%.
- 2. Для расчета несущей способности свай на 27% сократить диапазон оценок для максимального и минимального значения несущих способностей свай.

Таким образом, предложенный подход к построению расчетных сеток в зоне свайного фундамента позволяет проводить более точные расчеты с более эффективным использованием вычислительных ресурсов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Romanovsky V. E., Drozdov D. S., Oberman N. G., Malkova G. V. et al. Thermal State of Permafrost in Russia. *Permafr. Periglac. Process.* 2010;21:136–155. DOI: 10.1002/ppp.683.

- 2. Obu J., Westermann S. et al. Northern Hemisphere Permafrost Map Based on TTOP Modelling for 2000-2016 at 1 km² Scale. *Earth-Science Reviews*. 2019;193:136–155. DOI: 10.1016/j.earscirev.2019.04.023.
- 3. Melnikov V. P., Osipov V. I., Brushkov A. V. et al. Development of Geocryological Monitoring of Natural and Technical Facilities in the Regions of the Russian Federation Based on Geotechnical Monitoring Systems of Fuel and Energy Sector. *Earth's Cryosphere*. 2022;26(4):3–18. DOI: 10.15372/KZ20220401.
- 4. Shiklomanov N. I. et al. Climate Change and Stability of Urban Infrastructure in Russian Permafrost Regions: Prognostic Assessment Based on GCM Climate Projections. *Geographical review*. 2017;107(1):125–142. DOI: 10.1111/gere.12214.
- 5. Suter L., Streletskiy D., Shiklomanov N. Assessment of the Cost of Climate Change Impacts on Critical Infrastructure in the Circumpolar Arctic. *Polar Geography*. 2019;42(12):1–20. DOI: 10.1080/1088937X.2019.1686082.
- Streletskiy D. A. et al. Assessment of Climate Change Impacts on Buildings, Structures and Infrastructure in the Russian Regions on Permafrost. *Environ Res Lett.* 2019;14(2):025003. DOI: 10.1088/1748-9326/aaf5e6.
- 7. Melnikov V. P., Osipov V. I., Brouchkov A. V. et al. Past and Future of Permafrost Monitoring: Stability of Russian Energetic Infrastructure. *Energies*. 2022;15:3190. DOI: 10.3390/en15093190.
- 8. Scafetta N. Impacts and Risks of "Realistic" Global Warming Projections for the 21st Century. *Geosci Front*. 2024;15(2):101774. DOI: 10.1016/j.gsf.2023.101774.
- 9. Hjort J., Karjalainen O., Aalto J. et al. Degrading Permafrost Puts Arctic Infrastructure at Risk by Mid-Century. *Nat. Commun.* 2018;9:5147. DOI: 10.1038/s41467-018-07557-4.
- 10. Filimonov M. Y., Vaganova N. A. Computer Modelling of Thermal Interaction in the Pile Foundation System of a Railway Bridge Support Structure in Permafrost. *Applied Mathematics, Modeling and Computer Simulation*. 2023;42:1057–1062. DOI: 10.3233/ATDE231047.
- 11. Filimonov M. Y., Kamnev Y. K., Shein A. N., Vaganova N. A. Modeling the Temperature Field in Frozen Soil Under Buildings in the City of Salekhard Taking into Account Temperature Monitoring. *Land.* 2022;11(7):1102. DOI: 10.3390/land11071102.
- 12. Samarsky A. A., Vabishchevich P. N. Computational Heat Transfer, Volume 2, The Finite Difference Methodology. New York, Chichester: Wiley; 1995. 432 p.
- 13. Yanenko N. N. The Method of Fractional Steps (The Solution of Problems of Mathematical Physics in Several Variables). Berlin: Springer-Verl.; 1971. 160 p.
- 14. Pustovoit G. P. On the Potential of Seasonal In-Ground Cooling Devices. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*. 2005;42(4):142–146. DOI: 10.1007/s11204-005-0040-9.
- 15. Filimonov M. Yu., Vaganova N. A., Shamugia D. Zh., Filimonova I. M. Computer Modeling of Temperature Fields in the Soil and the Bearing Capacity of Pile Foundations of Buildings on Permafrost. *J. Sib. Fed. Univ. Math. Phys.* 2024;17(5):622–631. Режим доступа: https://elib.sfu-kras.ru/bitstream/h andle/2311/153259/Filimonov.pdf?sequence=1.

DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-17

РАЗРАБОТКА НЕЙРОСЕТЕВОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ СВЕТОФОРОМ

Д. Д. Япаров a , П. А. Бурьянов $^{\delta}$

Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Российская Федерация ^aORCID: http://orcid.org/0000-0001-9106-2773, ♠ iaparovdd@susu.ru ⁶ buryanovp@list.ru

Аннотация: в настоящее время особо актуальной стала проблема светофорного регулирования транспортных потоков. Как правило, системы управления светофорами зависят от оператора или следуют строго прописанным заранее правилам. В связи с этим ставится задача разработки интеллектуальной системы, которая смогла бы полностью самостоятельно автоматически принимать решение о включении или выключении того или иного светофора на перекрестке. В работе рассмотрена модель городского светофора на крестообразном перекрестке. Предложены режимы работы перекрестка, характеризующиеся набором включенных и выключенных светофоров для безаварийного проезда машин в определенном направлении. Данные режимы позволяют свести задачу управления светофором к задаче классификации. Разработана нейросетевая модель светофора, позволяющая решить данную задачу. В качестве входных данных модель получает количество машин на каждом направлении. На выходе нейросетевая модель по создавшейся ситуации на перекрестке выбирает тот или иной режим перекрестка. Были проведены экспериментальные исследования для определения конфигурации модели, а также вычислительные эксперименты, показавшие принципиальную возможность использования данного подхода к решению поставленной задачи и высокую эффективность предложенной модели.

Ключевые слова: нейронные сети, обработка информации, «умный» светофор, управление транспортными потоками, стратегии обучения.

Для цитирования: Япаров Д. Д., Бурьянов П. А. Разработка нейросетевой модели для управления светофором. *Успехи кибернетики*. 2024;5(4):122–127. DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-17.

Поступила в редакцию: 03.10.2024.

В окончательном варианте: 07.11.2024.

NEURAL NETWORK-BASED MODEL FOR TRAFFIC LIGHT CONTROL

D. D. Yaparov a , P. A. Burianov b

South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation

^aORCID: http://orcid.org/0000-0001-9106-2773, iaparovdd@susu.ru

^b buryanovp@list.ru

Abstract: traffic light regulation is a critical aspect of modern urban infrastructure. Traditional traffic light control systems rely on operators or predefined rules. We developed an intelligent system capable of independently and automatically managing traffic lights at an intersection. We modeled an urban traffic light system at a quad intersection and proposed their modes defined by sets of active and inactive traffic lights, ensuring the accident-free passage of vehicles. This reduces the traffic light control problem to a classification problem. We developed a neural network model for the traffic light system, which uses the number of vehicles in each direction as input and selects a traffic light mode to match the current traffic situation. We conducted experimental studies to determine the optimal model configuration. Out simulation experiments confirmed the feasibility of this approach and demonstrated the high efficiency of the proposed model.

Keywords: neural networks, information processing, smart traffic lights, traffic flow control, learning strategies.

Cite this article: Yaparov D. D., Burianov P. A. Neural Network-Based Model for Traffic Light Control. Russian Journal of Cybernetics. 2024;5(4):122–127. DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-17.

Original article submitted: 03.10.2024.

Revision submitted: 07.11.2024.

Введение

Одной из наиболее актуальных проблем крупных городов является проблема организации безопасного дорожного движения транспортных средств. Ключевой причиной возникновения данной проблемы являются несовершенные способы управления транспортными потоками. В связи с этим ставится задача разработки системы управления светофорами, которая позволит распоряжаться транспортными потоками, основываясь на данных, отражающих загруженность направлений перекрестка и дорог,

идущих от соседних с ним перекрестков. Перспективным направлением для решения этой задачи является разработка системы с помощью искусственных нейронных сетей [1]. Преимущество нейронных сетей заключается в возможности самообучения, что позволяет системе подстраиваться под изменяющуюся ситуацию на дороге, также данная система позволит получать статистические данные для городских служб с целью дальнейшего улучшения городской транспортной сети: изменения направления движения, расширения дороги и т. д. [2]. Новизна предлагаемого решения заключается в том, что система управления светофорами при принятии решений будет опираться на данные видеокамер на перекрестках.

Входные данные

В рамках данного исследования рассматривался перекресток пр. Ленина и ул. Энгельса г. Челябинска в дневное и вечернее время суток различных времен года. Данный перекресток имеет по три направления для каждой проезжей части, то есть поворот направо, движение прямо и поворот налево с возможностью разворота. Схема направления движения на перекрестке представлена на рисунке 1.

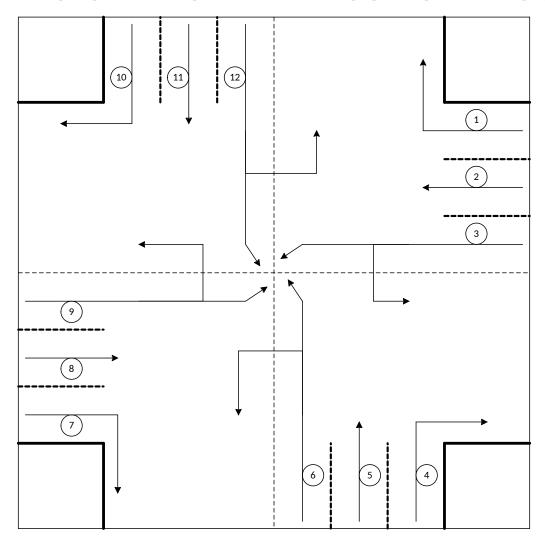


Рис. 1. Схема направления движения на перекрестке

Цифрами 1–12 обозначены направления движения, тогда входные данные для разрабатываемой системы можно представить в виде строки с количеством машин для каждого направления, где номер столбца соответствует номеру направления (табл. 1).

Для формирования входного набора данных видеозаписи с камеры на перекрестке обрабатывались с помощью нейронной сети на основе YOLOv8, в результате чего была сформирована выборка объемом 32400 записей (540 часов видео, не считая пустого времени) [3, 4].

Далее для каждого из направлений определили два режима: движение разрешено и запрещено (соответственно 1 и 0), тогда режимом перекрестка будем называть совокупность режимов для всех

Таблица 1

Пример	записи	входных	данных
--------	--------	---------	--------

№ направления	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Кол-во машин	5	8	6	0	3	11	2	3	9	6	7	1

направлений. В рамках нашего исследования было выбрано 4 режима перекрестка, исходя из условий не пересечения направлений движения и исключения даже «спорных» аварийных ситуаций, то есть, например, если разрешено движение по направлению 5, то движение по направлению 1 не допускается. Конфигурации режимов перекрестка приведены в таблице 2.

Пример записи входных данных

Таблица 2

№ направления	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
№ режима	-											
1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0
3	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
4	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1

Построение и обучение нейронной сети

Выборка делилась на 3 компонента в следующем соотношении данных: обучающая -70 %, тестовая -20 % и валидационная -10 %. Валидационная выборка используется для оценки качества работы сети.

В предлагаемой нейронной сети функционирование нейрона к представлено следующими уравнениями:

$$u_k = \sum_{m=1}^m \omega_{km} x_m, Y_k = \varphi(u_k + b_k),$$

где $x_1, x_2, \dots x_m$ — входные сигналы; $w_{k1}, w_{k2}, \dots w_{km}$ — синаптические веса нейрона k; u_k — линейная комбинация входных воздействий; b_k — порог; φ — функция активации; Y_k — выходной сигнал нейрона.

Параметры x_i , $i=1,\ldots,12$ являются количеством машин на каждом направлении и определяют входные данные для нейронной сети, а y является режимом перекрестка и результатом работы нейронной сети. Разработка структуры искусственной нейронной сети осуществлялась на основе экспериментальных исследований по концепциям, рассмотренным в работах [5–7].

В процессе формирования структуры сети рассматривались различные комбинации значений гиперпараметров, были рассмотрены 8 функций активации, такие как ReLu, Sigmoid, eLu, SeLu Linear, Softmax, exp. Также рассматривалось различное количество скрытых слоев от 1 до 10 с различным количеством нейронов от 12 до 60. В качестве стратегий обучения были выбраны градиентный спуск, обратное распространение ошибки и Adam.

Вычислительные эксперименты

Цель вычислительных экспериментов заключалась в построении нейросетевой модели с определенным набором гиперпараметров, позволяющим минимизировать значение функции потерь. В качестве функции потерь использовалась среднеквадратическая ошибка (MSE). Первый этап экспериментов связан с выбором наилучшей структуры нейронной сети. Комбинации гиперпараметров с минимальными значениями функции потерь приведены в таблице 3.

В результате экспериментальных исследований была сформирована структура нейронной сети: входной слой включает 12 нейронов с функцией активации Linear, 6 скрытых слоев из 23, 25, 19, 25, 17, 17 нейронов соответственно с функцией активации ReLU, выходной слой состоит из одного нейрона с функцией активации Linear. Оптимизатором сети является RMSProp.

Второй этап экспериментальных исследований предусматривал оценку качества работы нейронной сети [8–12], сформированной в результате первого этапа экспериментальных исследований.

Таблица 3

Результаты выбора структуры нейронной сети

гезультаты выоори структуры ней	
Комбинации гиперпараметров	Значения функции потерь
Trial 14 summary	0.08567003160715103
Hyperparameters:	
activation: relu	
num_layers: 6	
units_0: 23	
units_1: 25	
units_2: 19	
units_3: 25	
units_4: 17	
units_5: 17	
optimizer: RMSProp	
Trial 21 summary	0.09008163213729858
Hyperparameters:	
activation: tanh	
num_layers: 5	
units_0: 23	
units_1: 19	
units_2: 15	
units_3: 15	
units_4: 25	
optimizer: RMSProp	
Trial 02 summary	0.10416194796562195
Hyperparameters:	
activation: relu	
num_layers: 3	
units_0: 25	
units_1: 17	
units_2: 23	
optimizer: RMSProp	
Trial 04 summary	0.10483033955097198
Hyperparameters:	
activation: relu	
num_layers: 5	
units_0: 15	
units_1: 19	
units_2: 21	
units_3: 19	
units_4: 15	
optimizer: adam	
Trial 20 summary	0.11015956848859787
Hyperparameters:	
activation: relu	
num_layers: 4	
units_0: 15	
units_1: 17	
units_2: 17	
units_3: 23	
optimizer: adam	

Показателем качества работы модели стало значение функции потерь. В экспериментах качество работы нейросети оценивалось при различных значениях количества эпох обучения. В результате наилучшая точность достигалась при 18 эпохах обучения. В таблице 4 приведены значения функции потерь относительно количества эпох обучения.

Пример записи входных данных М

Таблица 4

Количество эпох	Значения функции потерь			
1	0,5100			
2	0,1631			
3	0,1177			
4	0,1010			
5	0,0957			
6	0,0858			
7	0,0741			
8	0,0631			
9	0,0559			
10	0,0497			
11	0,0533			
12	0,0491			
13	0,0412			
14	0,0397			
15	0,0353			
16	0,0335			
17	0,0325			
18	0,0319			
19	0,0415			
20	0,0487			

На валидационной выборке значение функции потерь составило 0.078, что свидетельствует о высокой точности предсказанных нашей моделью значений.

Заключение

В работе предложена нейросетевая модель управления переключением режимов светофоров по данным с видеокамер на перекрестке. Найдена оптимальная архитектура нейронной сети для задачи управления светофором. Полученная модель показала высокую точность как на обучающей и тестовой выборках, так и на валидационной.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Кадиленко Е. С., Тимофеева О. П. Определение оптимальной траектории движения транспортного средства на определённом участке карты. *Будущее технической науки: Сборник материалов XI Международной молодежной научно-технической конференции.* Нижний Новгород; 2012. С. 45–46.
- 2. Тимофеева О. П., Ермаков О. П. Туманова Д. Н. Модель системы «умных светофоров» на базе AnyLogic. *Будущее технической науки: Сборник материалов XV Международной молодежной научно-технической конференции*. Нижний Новгород; 2016. С. 115–116.
- 3. Krizhevsky A., Sutskever I., Hinton G. E. ImageNet Classification with Deep Convolutional Neural Networks. *Communications of the ACM*. 2017;60(6):84–90. DOI: 10.1145/3065386.
- 4. Russakovsky O., Deng J., Su H. ImageNet Large Scale Visual Recognition Challenge. *Int. J. of Computer Vision*. 2015;115(3):211–252. DOI: 10.1007/s11263-015-0816-y.
- 5. Круглов В. В., Борисов В. В. *Искусственные нейронные сети. Теория и практика*. М.: Горячая линия Телеком; 2002. 382 с.
- 6. Каллан Р. Основные концепции нейронных сетей. М.: Издательский дом «Вильямс»; 2001. 287 с.

- 7. Рутковская Д., Пилиньский М., Рутковский Л. *Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечет-кие системы* / пер. с польск. И. Д. Рудинского. М.: Горячая линия Телеком; 2006. 452 с.
- 8. Kingma D. P., Ba J. *Adam: A Method for Stochastic Optimization*. Режим доступа: https://arxiv.org/abs/1412.6980.
- 9. Goodfellow I., Bengio Y., Courville A. Deep Learning. *Genet Program Evolvable Mach.* 2018;19:305–307. DOI: 10.1007/s10710-017-9314-z.
- 10. Sutton R. S., Barto A. G. *Reinforcement Learning: An Introduction*. Cambridge: The MIT Press; 2014. 338 p.
- 11. Silver D., Huang A., Maddison C. J. Mastering the Game of Go with Deep Neural Networks and Tree Search. *Nature*. 2016;529:484–489. DOI: 10.1038/nature16961.
- 12. Kohavi R. A Study of Cross-Validation and Bootstrap for Accuracy Estimation and Model Selection. *Proceedings of the Fourteenth International Joint Conference on Artificial Intelligence*. 1995;2:1137–1143.

DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-18

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ТЕПЛОПЕРЕНОСА В УСЛОВИЯХ НЕПОЛНЫХ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ

Н. М. Япарова

Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Российская Федерация ORCID: http://orcid.org/0000-0003-1821-1159, ♠ iaparovanm@susu.ru

Аннотация: исследование посвящено разработке численного метода решения обратной задачи теплопроводности с неполными исходными данными, связанной с теплопереносом в объекте, внутри которого отсутствуют источники тепла, а его поверхность подвергается внешнему тепловому воздействию, одинаковому в каждой ее точке. Математическая модель обратной задачи представлена одномерным параболическим уравнением с начальными условиями и одним граничным условием, сформированным на основе информации, которая отражает характер результатов измерения температуры на поверхности объекта. В работе предложена вычислительная конечно-разностная схема решения обратной задачи, построенная с использованием регуляризирующих подходов, обеспечивающих устойчивость вычислительной схемы. Параметром регуляризации в предлагаемом алгоритме являются шаги дискретизации. Разработанная схема послужила основой для проведения вычислительных экспериментов. В экспериментах проводился сравнительный анализ численных решений обратной задачи с тестовыми функциями, сформированными на основе имитационного моделирования, получены оценки погрешности построенных численных решений. Результаты расчетов подтверждают принципиальную возможность численного решения обратных задач при неполных данных и иллюстрируют достаточную надежность предложенной схемы.

Ключевые слова: теплоперенос, численный метод, обратная задача, регуляризация.

Для цитирования: Япарова Н. М. Численный метод решения обратной краевой задачи теплопереноса в условиях неполных исходных данных. *Успехи кибернетики*. 2024;5(4):128–134. DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-18.

Поступила в редакцию: 03.10.2024. В окончательном варианте: 05.11.2024.

NUMERICAL METHOD FOR SOLVING THE INVERSE HEAT TRANSFER BOUNDARY VALUE PROBLEM WITH INCOMPLETE DATA

N. M. Yaparova

South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation ORCID: http://orcid.org/0000-0003-1821-1159, iaparovanm@susu.ru

Abstract: we proposed a numerical method for solving the inverse heat conduction problem with incomplete data. The problem addresses heat transfer in a homogeneous object whose surface experiences uniform external thermal action. The model is formulated as an inverse heat conduction problem for a one-dimensional parabolic partial differential equation, incorporating an initial condition and a single boundary condition. The boundary condition relies on temperature measurements taken at the object's surface. Our approach utilizes a computational finite-difference scheme to solve the inverse problem, with regularization techniques ensuring numerical stability. The discretization steps serve as the regularization parameter. To assess the reliability of the proposed method and estimate the numerical error, we conducted computational experiments. These experiments included a comparative analysis of the numerical results against test functions. The computational findings demonstrate the feasibility of numerically solving inverse problems with incomplete data and confirm the sufficient reliability of the proposed approach.

Keywords: heat transfer, numerical method, inverse problem, regularization.

Cite this article: Yaparova N. M. Numerical Method for Solving the Inverse Heat Transfer Boundary Value Problem with Incomplete Data. Russian Journal of Cybernetics. 2024;5(4):128–134. DOI: 10.51790/2712-9942-2024-5-4-18.

Original article submitted: 03.10.2024. Revision submitted: 05.11.2024.

Введение

С повышением требований к эксплуатационным характеристикам работающих машин и механизмов разработчики систем управления и контроля сталкиваются с проблемой определения внутреннего теплового состояния технического объекта. Суть проблемы состоит в том, что датчики, необходимые для измерения температуры, возможно разместить только на внешней поверхности объекта, а результаты измерения неизбежно содержат шум, искажающий информацию о тепловом состоянии поверхности. Таким образом, источником информации о внутреннем тепловом состоянии служат зашумленные косвенные измерения. Обработка результатов граничных измерений требует создания и совершенствования численных методов, неразрывно связанных с обратными задачами теплопроводности [1-5], а использование современных достижений в области численного анализа и информационных технологий создает основу для успешного решения проблемы обработки зашумленных косвенных измерений [6-11]. Особое место в области создания и исследования методов решения обратных задач занимают разработки, связанные с созданием алгоритмов численного решения обратных задач с неполными исходными данными. В различное время исследованиями в этой области занимались Р. Латтес [12], О. М. Алифанов [13], Дж. Бек [14] и другие ученые [15–17]. В статье предложен подход к построению регуляризирующего метода численного решения обратной задачи с неполными исходными данными, когда в математической модели отсутствует одно из граничных условий. Метод основан на использовании конечно-разностных уравнений. Устойчивость вычислительной схемы обеспечивается регулированием значений шагов дискретизации. В работе представлены результаты вычислительных экспериментов, включающие результаты сравнительного анализа численных решений с тестовыми значениями.

Математическая модель теплопереноса

Основные предпосылки математической модели теплопереноса заключаются в следующем. Технический объект с известным начальным тепловым состоянием не содержит внутренних источников тепла. Поверхность объекта покрыта защитным слоем толщиной L. Объект подвергается внешнему тепловому воздействию продолжительностью T, одинаковому в каждой точке его поверхности. Датчики контроля температуры расположены на поверхности объекта. Требуется, основываясь на результатах граничных измерений, определить температурные поля во внутренних точках приграничного слоя. В простейшем приближении поставленная задача сводится к задаче определения теплового состояния линейного объекта с постоянными теплофизическими характеристиками, протяженностью L, с известной начальной температурой, левый конец которого подвергается внешнему тепловому воздействию. Математическая модель задачи имеет следующий вид. Пусть x — расстояние от внешней границы слоя до текущей точки, $x \in [0,L]$, t — текущий момент времени, $t \in [0,T]$, изменению температуры в текущей точке в текущий момент времени соответствует функция u(x,t). Изменение температурных полей внутри слоя представлено следующим уравнением теплопроводности:

$$u_t = au_{xx} + bu_x + \gamma u, \qquad (x,t) \in (0,L) \times (0,T), \qquad (1)$$

где a, b, γ — приведенные коэффициенты. Информация о начальном тепловом состоянии представлена условием:

$$u(x,0) = f(x), x \in [0,L],$$
 (2)

а результаты измерений температуры на поверхности объекта служат основой для формирования граничного условия:

$$u(0,t) = p(t), t \in [0,T].$$
 (3)

Так как результаты температурных измерений содержат шум, а доступной для пользователя информацией о характере шума является только информация о его максимальном уровне, то при численном решении задачи (1)–(3) необходимо учитывать, что вместо действительных граничных значений p(t) известны $p_{\delta}(t)$ и уровень шума δ , характеризующий наибольшее возможное отклонение значений $p_{\delta}(t)$ от p(t). Таким образом, для определения текущего теплового состояния слоя необходимо, основываясь на известных значениях f(x) и $p_{\delta}(t)$, найти численное решение $u_{\delta}(x,t)$ задачи (1)–(3) в области $(x,t) \in [0,L] \times [0,T]$ вплоть до значений $u_{\delta}(L,t) = \varphi_{\delta}(t)$. Поставленная задача относится к классу обратных задач, при численном решении которых для уменьшения негативного влияния шумов на точность конечного результата необходимо использовать регуляризирующие подходы.

Вычислительная схема метода решения обратной краевой задачи теплопереноса

Для построения вычислительной схемы метода введем конечно-разностную сетку:

$$V = \left\{ (x_i, t_j) \mid x_i = (i-1)h, \quad t_j = (j-1)\tau, \quad h = \frac{L}{N}, \quad \tau = \frac{T}{M}, \quad i = \overline{1, N+1}, \quad j = \overline{1, M+1} \right\}.$$

Конечно-разностный аналог задачи (1)–(3) в узле (x_i, t_i) имеет вид:

$$\frac{u_{i,j+1} - u_{i,j}}{\tau} = a \frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{h^2} + b \frac{u_{i+1,j} - u_{i,j}}{h} + \gamma u_{i,j} , \qquad i = \overline{2,N+1}, \quad j = \overline{2,N+1} . \tag{4}$$

Решая уравнение (4) относительно значений $u_{i,j+1}$, получаем основную формулу для определения значений функции $u_{\delta}(x,t)$ во внутренних точках. Таким образом, в регулярных узлах сетки имеем:

$$u_{i,j+1} = u_{i,j} + \frac{a\tau}{h^2} \left(u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j} \right) + \frac{b\tau}{h} \left(u_{i+1,j} - u_{i,j} \right) + \gamma u_{i,j}$$

Используя начальные и граничные условия, находим следующие значения $u_{\delta}(x,t)$ в нерегулярных узлах:

$$u_{i,1} = f(x_i), \quad u_{1,j} = p_{\delta}(t_j).$$

Отметим, что основная проблема разработки численного метода решения поставленной обратной задачи (1)–(3) с неизвестными граничными условиями заключается в том, что из уравнения (4) невозможно найти $u_{N+1,\ j}$, соответствующее граничным значениям $u_{\delta}\left(L,t\right)=\varphi_{\delta}(t)$. С этой проблемой сталкивались многие исследователи [14, 16–18]. В данной работе для решения проблемы граничных точек предлагается использовать конечно-разностное уравнение, правая часть которого является комбинацией разностных аналогов производных в узлах $\left(x_{N+1},t_{j}\right)$, $\left(x_{N},t_{j}\right)$ и $\left(x_{N-1},t_{j}\right)$.

Другая существенная проблема разработки конечно-разностных схем заключается в том, что при наличии малых отклонений в исходных данных использование явных схем приводит к существенному искажению конечного результата. Эта проблема решается регуляризацией вычислительных алгоритмов [6, 18].

Устойчивость предлагаемой схемы обеспечивается регулированием шагов дискретизации и соблюдением определенных условий, накладываемых на их соотношение. Такой подход согласуется с результатами, приведенными в работе [18]. Отметим, что подобный подход в недавнем времени использовался для решения обратных задач динамики измерений [19]. С целью исследования устойчивости разработанной схемы и получения экспериментальных оценок точности построенных численных решений проводился вычислительный эксперимент на основе имитационного моделирования. В эксперименте проводился сравнительный анализ получаемых решений обратной задачи с тестовыми функциями, отражающими возможные варианты формирования температурных полей внутри технического объекта при различных граничных температурных режимах.

Численное моделирование

Численное моделирование осуществлялось в два этапа. Первый включал формирование тестовых функций u(x,t), имитирующих основные типы распределения тепла внутри объекта. С этой целью находили численное решение u(x,t) прямой задачи:

$$u_{t} = au_{xx} + bu_{x} + \gamma u,$$
 $(x,t) \in (0,L) \times (0,T)$
 $u(x,0) = f(x),$ $x \in [0,L],$
 $u(0,t) = p(t), u(L,t) = \varphi(t),$ $t \in [0,T]$

для известных значений f(x), p(t), $\varphi(t)$. Далее формировали значения $p_{\delta}(t)$, добавляя к значениям p(t) аддитивный шум различного уровня δ по формуле:

$$p_{\delta}(t) = p(t) + \mu \cdot p(t),$$

где μ — значение случайной величины, равномерно распределенной в интервале $[-\delta, \delta]$.

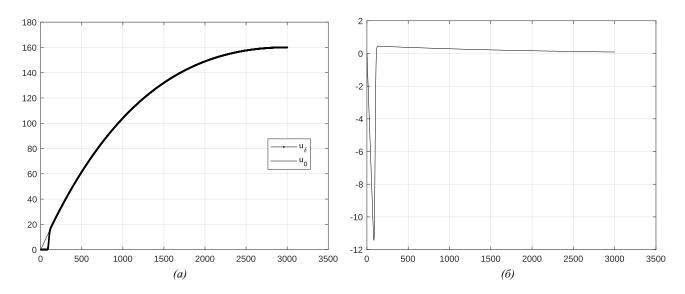


Рис. 1. Результаты эксперимента, полученные для теста 1 при $\delta = 5\%$. (а) графики граничных функций, (б) график функции погрешности $\Delta(t)$

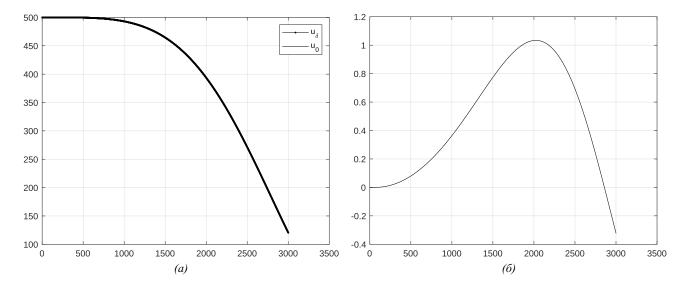
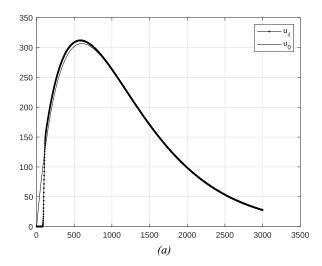


Рис. 2. Результаты эксперимента, полученные для теста 2 при $\delta = 5\%$. (а) графики граничных функций, (б) график функции погрешности $\Delta(t)$

На втором этапе находили численное решение $u_{\delta}(x,t)$ обратной задачи (1)–(3) по известным значениям f(x) и $p_{\delta}(t)$. Затем проводили сравнительный анализ $u_{\delta}(x,t)$, включающий сравнение полученных граничных значений $u_{\delta}(L,t)=\varphi_{\delta}(t)$, с тестовыми функциями $\varphi(t)$. Выбор граничных значений для сравнения обусловлен тем, что точки с координатами x=L соответствуют внутренним точкам приграничного слоя, наиболее удаленным от поверхности объекта, и значения функции $u_{\delta}(x,t)$ в этих точках на каждом шаге итерационного процесса определяют последними. Таким образом, отклонение получаемых значений $\varphi_{\delta}(t)$ от тестовых $\varphi(t)$ будет наибольшим. Для проведения сравнительного анализа и получения оценок точности построенных решений использовалась функция погрешности $\Delta(t)=|\varphi_{\delta}(t)-\varphi(t)|$.

В работе приведены результаты эксперимента для тестовых функций, соответствующих следующим изменениям теплового состояния приграничного слоя: непрерывный нагрев (тест 1), постепенное охлаждение (тест 2), резкий нагрев и последующее охлаждение (тест 3), плавный нагрев и охлаждение (тест 4). Рисунки 1–4 иллюстрируют результаты экспериментов, полученных при уровне погрешности 5% при оптимальном соотношении шагов дискретизации для тестов 1– 4 соответственно. На рисунках представлены графики найденных граничных значений $\varphi_{\delta}(t)$ и тестовых значений φ (t),



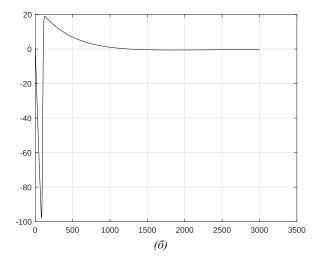
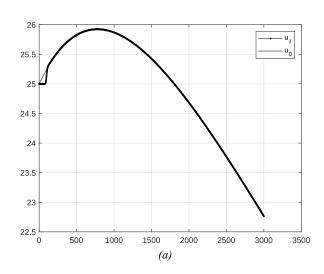


Рис. 3. Результаты эксперимента, полученные для теста 3 при $\delta = 5\%$. (а) графики граничных функций, (б) график функции погрешности $\Delta(t)$



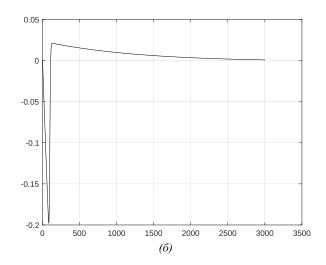


Рис. 4. Результаты эксперимента, полученные для теста 4 при $\delta = 5\%$. (а) графики граничных функций, (б) график функции погрешности $\Delta(t)$

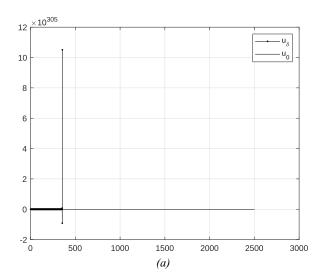
а также график функции погрешности $\Delta(t)$. На всех рисунках используются одинаковые обозначения: u_0 тестовая граничная функция $\varphi(t)$, u_δ численное решение обратной задачи $\varphi_\delta(t)$.

В эксперименте проводилось исследование взаимосвязи шагов дискретизации по пространству и времени. В результате выявлены соотношения шагов, обеспечивающие устойчивость вычислительной схемы. Графики граничных функций $u_\delta\left(L,t\right)=\varphi_\delta\left(t\right)$, полученные при шагах дискретизации, нарушающих эти условия, приведены на рисунке 5. Для иллюстраций выбраны результаты тестов, для которых значение величины $\Delta=\max_{t\in[0,T]}|\Delta\left(t\right)|$, полученное при соблюдении соотношения шагов дискретизации, было наименьшим.

Экспериментальные исследования включали получение экспериментальных оценок точности построенных решений. Значения величины $\Delta = \max_{t \in [0,T]} |\varphi_{\delta}(t) - \varphi(t)|$, полученные для каждого типа тестовых функций при различных уровнях погрешности исходных данных δ , приведены в таблице.

Заключение

В статье представлена вычислительная конечно-разностная схема решения обратной задачи с неполными исходными данными, построенная с использованием регуляризирующих подходов. Получены экспериментальные оценки точности построенных численных решений и установлено, что устойчивость схемы обеспечивается соблюдением соотношений шагов дискретизации, а присутствие погрешности в исходных данных не оказывает существенного влияния на точность получаемых решений.



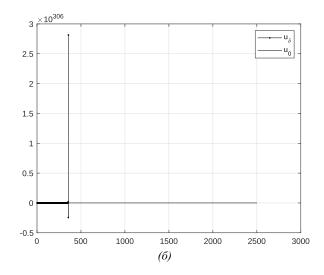


Рис. 5. Графики граничной функции $u_{\delta}(L,t) = \varphi_{\delta}(t)$, полученные с нарушением соотношения шагов дискретизации. (а) для теста 2, (б) для теста 4

Таблица Оценка погрешности численных решений

Тестовая функция	δ (%)	$\Delta = \max_{t \in [0,T]} \varphi_{\delta}(t) - \varphi(t) $
	4,8 (3%)	10,21
непрерывный нагрев (тест 1)	8,0 (5%)	11,23
	16,0 (10%)	15,11
	15,0 (3%)	1,13
постепенное охлаждение (тест 2)	25,0 (5%)	1,21
	50,0 (10%)	1,32
	10,5 (3%)	88,22
резкий нагрев и последующее охлаждение (тест 3)	17,5 (5%)	89,41
	35 (10%)	90,30
	7,8 (3%)	0,17
плавный нагрев и охлаждение (тест 4)	13,0 (5%)	0,17
	26,0 (10%)	0,17

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука; 1986. 288 с.
- 2. Иванов В. К., Васин В. В., Танана В. П. *Теория линейных некорректных задач и ее приложения*. М.: Наука; 1978. 208 с.
- 3. Лаврентьев М. М., Романов В. Г., Шишатский С. П. *Некорректные задачи математической физики и анализа*. М.: Наука; 1980. 286 с.
- 4. Кабанихин С. И. *Обратные и некорректные задачи*. Новосибирск: Сибирское научное издательство; 2009. 457 с.
- 5. Ягола А. Г., Степанова И. Э., Титаренко В. Н., Ван Я. *Обратные задачи и методы их решения. Приложения к геофизике*. М.: Бином; 2014. 216 с.
- 6. Samarskii A. A., Vabishchevich P. N. *Numerical Methods for Solving Inverse Problems of Mathematical Physics*. Berlin: Walter de Gruyter; 2007. DOI: https://doi.org/10.1515/9783110205794.
- 7. Vasyliev V., Vasilyeva M. An Accurate Approximation of the Two-Phase Stefan Problem with Coefficient Smoothing. *Mathematics*. 2020;8:19224. DOI: 10.3390/math8111924.
- 8. Lukyanenko D. V., Borzunov A. A., Shishlenin M. A. Solving Coefficient Inverse Problems for Nonlinear Singularly Perturbed Equations of the Reaction-Diffusion-Advection Type with Data on the Position of a Reaction Front. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. 2021;20(4):727–737. DOI: 10.1016/j.cnsns.2021.105824.

- 9. Дилигенская А. Н. Решение ретроспективной обратной задачи теплопроводности на основе параметрической оптимизации. Теплофизика высоких температур. 2018;56(3):399–406. DOI: 10.7868/S0040364418030110.
- 10. Procudina L. A., Yaparov D., Numerical Modeling of the Mass of the Flowing Liquid at Transverse Oscillations of the Straight Tube. AIP Conference Proceedings Application of Mathematics in Technical and Natural Sciences: 11th International Conference for Promoting the Application of Mathematics in Technical and Natural Sciences, AMiTaNS. 2019;2164:120011. DOI: 10.1063/1.5130871.
- 11. Япарова Н. М., Гаврилова Т. П. Интегральная модель и численный метод определения температуры при линейном теплопереносе. *Вестник Южно-Уральского государственного университета*. *Серия: Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника*. 2019;19(4):60–71. DOI: 10.14529/ctcr190406.
- 12. Латтес Р., Лионс Ж.-Л. Метод квазиобращения. М.: Мир; 1970. 336 с.
- 13. Алифанов О. М. Обратные задачи теплообмена. М.: Машиностроение; 1988. 280 с.
- 14. Beck J. V., Blackwell B., St. Clair C. R. Jr. *Inverse Heat Conduction: Ill-Posed Problems*. New York: Wiley-Interscience; 1985. 308 p.
- 15. Uhlmann G. Electrical Impedance Tomography and Calderón's Problem. *Inverse Problems*. 2009;25:123011. DOI: 10.1088/0266-5611/25/12/123011.
- 16. Yaparova N. M. Numerical Method for Solving an Inverse Boundary Problem with Unknown Initial Conditions for Parabolic PDE Using Discrete Regularization. Lecture Notes in Computer Science. 2017;10187:752–759. DOI: 10.1007/978-3-319-57099-0 87.
- 17. Япарова Н. М. Метод решения некоторых многомерных обратных граничных задач параболического типа без начальных условий. Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника. 2015;15(2):97–108. DOI: 10.14529/ctcr150211.
- 18. Калиткин Н. Н. Численные методы. М.: Наука; 1995. 512 с.
- 19. Япаров Д. Д., Шестаков А. Л. Саморегуляризирующий метод динамических измерений. Автоматика и телемеханика. 2024;4:112–124. DOI: 10.31857/S0005231024040073.

Сетевое издание. Полные тексты статей размещаются на официальном сайте издания jcyb.ru.
Адрес учредителя и издателя: Федеральное государственное автономное учреждение «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований Национального исследовательского центра «Курчатовский институт», 117218, г. Москва, Нахимовский просп., дом 36, корпус 1. Телефон: +7 (495) 718-21-10. Дата выхода в свет 12.12.2024. Формат 60 × 84/8. Усл. печ. л. 7,6. Учизд. л. 11,3. Цена свободная.